

13 Matematik og undervisningsdifferentiering

Michael Wahl Andersen og Peter Weng

I dette kapitel tages der udgangspunkt i folkeskolelovens krav om undervisningsdifferentiering. Kapitlet tager udgangspunkt i den opfattelse, at undervisningsdifferentiering ikke er en metode, men et princip for tilrettelæggelse af undervisning. Dette giver anledning til et sæt af didaktiske overvejelser, som skal ligge til grund for en differentieret undervisning. I kapitlet gives der eksempler på, hvordan undervisningen overordnet kan tilrettelægges, og det beskrives, hvilke spørgsmål man som lærer kan tage udgangspunkt i, når man skal tilrettelægge en differentieret undervisning.

Indledning

Med indførelsen af enhedsskolen opstod der et behov for indre differentiering af undervisningen i skolen. Ved 'indre differentiering' eller 'undervisningsdifferentiering' forstås alle de former for differentiering, som tages i anvendelse i klassen. I modsætning hertil står 'ydre differentiering' eller 'elevdifferentiering', hvor eleverne bliver delt efter forskellige kriterier. Det var fx elevdifferentiering, da man i 1960'erne placerede eleverne i henholdsvis almene klasser og boglige klasser fra 6. klasse.

Den form for elevdifferentiering forsvandt officielt med vedtagelsen af folkeskoleloven af 1993, hvor princippet om undervisningsdifferentiering blev indført. I § 18, stk. 1-2 kan man læse:

Undervisningens tilrettelæggelse, herunder valg af undervisnings- og arbejdsformer, metoder, undervisningsmidler og stofudvælgelse, skal i alle fag leve op til folkeskolens formål og varieres, så den svarer til den enkelte elevs behov og forudsætninger.

Det påhviler skolelederen at sikre, at klasselæreren og klassens øvrige lærere planlægger og tilrettelægger undervisningen, så den rummer udfordringer for alle elever (Lov om folkeskolen, 1993).

Princippet om undervisningsdifferentiering er dog ikke noget nyt. Der er tale om en fordring, der trækker spor langt tilbage i historien. Michel de Montaigne udtrykte det allerede i 1588 i et essay, som på dansk findes i bogen *Om børneopdragelse* (1898), på følgende måde:

Når man, som det er skik og brug her hos os, giver sig til at dirigere mange elever med højst forskellige evner og anlæg med en og samme målestok, og i et og samme tempo, er det intet under, at det kan være svært at finde blot nogle få ud af en stor flok børn, der får noget ud af undervisningen (Montaigne, 1898).

I undervisningsdifferentiering fokuseres der i større udstrækning på den enkelte elev og på elevernes forskellighed, end det er sædvane i den traditionelle klasseundervisning. Men samtidig ved vi, at mennesker udvikler sig i sociale relationer, hvor man samarbejder og stiller krav til hinanden. Der bør derfor ikke være tale om individualiseret undervisning, men om undervisning, hvor den enkelte elev får mulighed for at lære i et fællesskab. Undervisningsdifferentiering kan defineres således:

Et princip for undervisning, der bygger på samarbejde. Her indgår elevernes forskellige forudsætninger, potentialer og motiver med henblik på at nå såvel almene som specielle mål (Hansen m.fl., 1998).

Undervisningsdifferentiering og løbende evaluering

Med folkeskoleloven af 2006 kom der et stærkere fokus på evaluering. Det kom til udtryk med indførelsen af obligatoriske nationale test og elevplaner, som var et led i udviklingen af en evalueringskultur i det danske uddannel-

sessystem. Denne udvikling begyndte med de konkrete formuleringer i §§ 13 og 18 i folkeskoleloven af 1993, hvor løbende evaluering og differentiering af undervisning er omtalt. I 2004 kom Danmarks Evalueringsinstitut (EVA) med to rapporter om undervisningsdifferentiering (Danmarks Evalueringsinstitut, 2004a) og løbende evaluering (Danmarks Evalueringsinstitut, 2004b). De viste, at implementeringen af disse to paragraffer i folkeskolen var problematisk. Det er derfor nødvendigt også fremover, at undervisningsdifferentiering og den dermed forbundne løbende evaluering får en central plads i lærerens didaktiske tænkning.

Den enkelte lærer må på baggrund af sit syn på dannelse og kompetenceudvikling hos den enkelte elev prøve at tilrettelægge en undervisning, der inden for de givne lovgivningsmæssige rammer er optimal for eleven. Dette gøres ved at integrere en løbende evaluering af elevens arbejde i undervisningen. At have undervisningsdifferentiering som princip for sin undervisning indebærer, at man som lærer indhenter informationer, der er relevante for elevens muligheder for at lære. Disse informationer skal med i den didaktiske tænkning, der skal styrke opnåelsen af både de generelle mål, læreren har for undervisningen af klassen, og de personlige mål, der er sat for den enkelte elev.

Gennem samtaler, forskellig slags test, spørgeskemaer og andre metoder kan læreren indhente informationer om den enkelte elevs forudsætninger, potentiale, motivation og behov, som han/hun skal inddrage i sine didaktiske overvejelser. Elevens *forudsætninger* omfatter de kundskaber og færdigheder, som eleven kan arbejde med uden støtte fra andre personer. Elevens *potentiale* omhandler de kundskaber og færdigheder, som eleven kan arbejde med støttet af en anden person, og som kan udvikles til at blive forudsætninger for eleven. I første omgang kan man undersøge forudsætningerne ved at give den enkelte elev forskellige relevante skriftlige test og følge op med en samtale om elevens besvarelser af disse. Det sidste er et 'must'. Man kan ikke indhente pålidelige informationer, der har en elevs udvikling som mål, udelukkende gennem skriftlige test. Der skal en samtale til for at vise gyldigheden eller det modsatte af, hvad en skriftlig test viser. De skriftlige informationer kan kun opfattes som indikationer. Der kan indhentes informationer om elevens motivation og behov gennem samtaler og spørgeskemaer, som har til formål at kortlægge elevens forestillinger og holdninger til matematik og læring af matematik. Elevens holdninger til og forestillinger om matematik er generelt et forsømt område i den didaktiske tænkning, idet der ofte er alt for meget fokus på det kvantitative element i ma-

ningen, er et måske lidt upåagtet, men vigtigt led i den didaktiske tænkning. Man kan således nok ikke helt udelukke, at en del af de forklaringer, elever får i matematikundervisningen i dag, stadig mere er anvisninger end egentlige forklaringer, der kan diskuteres.

Tre væsentlige elementer i differentieret matematikundervisning

I det følgende sættes der fokus på tre elementer, som vi opfatter som væsentlige, når man vil gennemføre undervisningsdifferentiering i matematikundervisningen. Det er valg af aktiviteter, lærerens sproglige understøttelse af elevernes matematisering samt valg af arbejdsform.

Aktiviteter som redskab i en differentieret undervisning

Når eleverne skal til at lære noget nyt, er det vigtigt, at de kan se et formål med, hvad de foretager sig. Tilfældige problemløsningsopgaver fra en tilfældig lærebog opfylder ikke altid dette krav. Hvis man i stedet tager udgangspunkt i en konkret, meningsfuld problemstilling, vil det give eleverne mulighed for at bringe deres matematiske kompetence i matematik i spil.

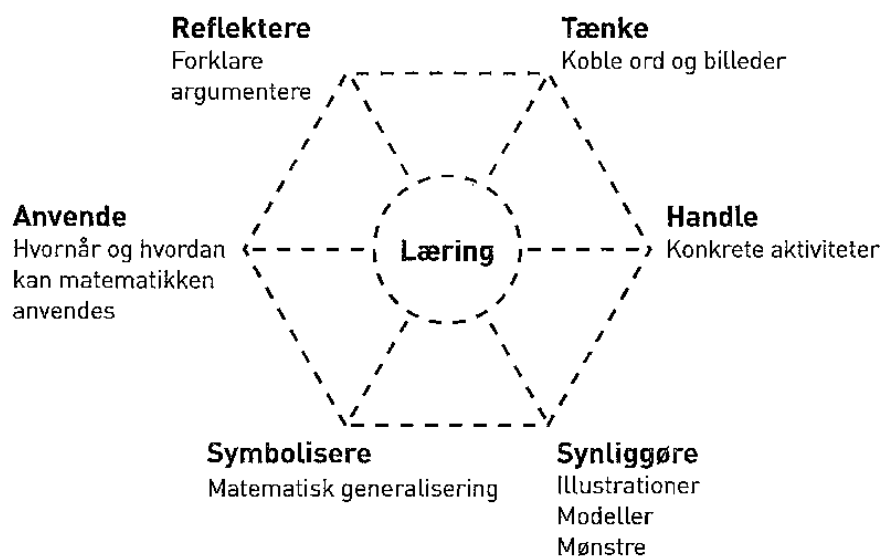
For at kunne tilegne sig matematisk kompetence (viden, kunnen og handling) skal eleverne have mulighed for at opbygge relationer mellem forskellige repræsentationsformer (Eriksen, 1993). Forskellige udtryksformer og overgange mellem disse bør stimuleres og varieres. På denne måde kan det blive muligt at udvikle elevernes sprog og tænkning. Gennem valg af arbejdsmåder og arbejdsformer i relation til et givet matematisk indhold kan man understøtte kommunikation og refleksion omkring udviklingen af mentale billeder, der gør det muligt for eleverne at tænke matematik.

Eleverne skal have mulighed for at møde og arbejde med forskellige aspekter af matematiklæring. Det kan fx handle om billeder, handlinger, rytmer, sprogformer, matematisk terminologi, lege, spil, konkrete materialer, skrevne symboler eller hverdagssituationer. Hvordan undervisningen tilrettelægges omkring de forskellige aspekter af matematikundervisningen, kan veksle, idet det må bero på elevens forforståelse, begreber og erfaringer. Inspireret af Malmer gives der her nogle vinkler til på, hvordan forskellige aspekter kan bidrage til elevernes læring i matematik. Malmer (2002) bruger heksagonen som et planlægningsinstrument, der viser, hvordan man som lærer kan vælge forskellige indgange og

arbejdsformer, når det handler om det faglige indhold i undervisningen. Heksagonen kan altså ikke blot inspirere, hvad angår valg af undervisningsindhold, men også til forskellige måder at arbejde med matematik på.

At tilegne sig en kompetence i matematik er en proces, der hele tiden kan kvalificeres. Spørgsmålet: *Har eleven løst opgaven?* er ikke nær så interessant eller relevant som: *Hvordan* har eleven løst opgaven? Hensigten er, at eleverne tilegner sig funktionelle og meningsfulde begreber. Derved minimeres indholdet af mekaniske og indholdsløse matematiske procedurer og symboler. De forskellige repræsentationsformer er vigtige i det kommunikative samspil mellem eleverne indbyrdes og mellem elever og lærer.

Herunder ses, hvordan heksagonen kan danne udgangspunkt for at differentiere undervisningen. De enkelte aktivitetsformer i heksagonerne er ligeværdige, og de enkelte tilgange virker ind på og understøtter hinanden. Når man planlægger sin undervisning, kan heksagonen ligeledes anvendes til at skabe sig et overblik over, hvilke aktiviteter der indgår i undervisningen. Er der fx aktivitetsformer, der helt mangler, eller er der typer af aktiviteter, der er voldsomt overrepræsenterede?



Figur 13.1. Heksagonen som udgangspunkt for didaktisk tænkning i matematik.
Efter Malmer, 2002.

Tænke

Undervisningen må tage sit udgangspunkt i elevernes virkelighed og tilpasses til deres varierede forudsætninger. Det er specielt vigtigt at skabe kontakt til de erfaringer, eleverne allerede har. I relation til tosprogede elever er det vigtigt at afklare, hvilke ord og begreber eleverne mestrer, og på hvilket sprog disse ord og begreber er forankrede.

Det kan også være nødvendigt at skabe situationer, hvor eleverne kan tilegne sig de faglige og sproglige erfaringer, der er en forudsætning for den matematiske tænkning.

Det er vigtigt, at elevernes nysgerrighed stimuleres. De skal træne deres formåen til at matematisere ved selv at undersøge, opdage, systematisere og opleve.

Handle

„Konkrete handlinger er hjernens forlængede redskab,“ skriver Malmer (2002). De elever, der kan arbejde kreativt og konkret, har væsentlig større forudsætninger for at få udbytte af den pågående proces, som læring er. Jo flere perceptuelle tilgange der anvendes, des bedre. Da ordene ifølge Dale og Cuevas (1987) betegner begrebet og samtidig er en væsentlig del af begrebet, er det vigtigt, at eleverne får mulighed for at sprogliggøre deres handlinger, så de med dette udgangspunkt kan danne faglige begreber.

Synliggøre

Det kan støtte mange elever i at strukturere deres tanker, at de anvender en repræsentationsform, som de selv vælger – tegninger, modeller m.m. Det bliver på den måde, deres forståelse og begrebsliggørelse, der synliggøres. Man kan anvende disse synliggørelser i det videre undervisningsforløb, som det fx er foreslået i det følgende afsnit om lærerens sprog.

Symbolisere

Det er vigtigt, at eleverne tilegner sig indsigt i de matematiske symbols funktion og anvendelse. Man skal være opmærksom på, at nogle elever tror, at de mestrer matematikken, hvis de mekanisk kan reproducere diverse standardalgoritmer. Denne forståelse af, hvad det vil sige at kunne matematik, kan resultere i, at bl.a. tosprogede elever får vanskeligheder med problemløsningsopgaver i matematik, idet disse er indlejret i sproglige kontekster. Her kan man vælge at

sætte fokus på automatiseringen. Automatiserede færdigheder gør det muligt for eleverne at koncentrere sig om problemløsningsdelen i opgaverne. Men det er vigtigt at sikre sig, at denne automatisering bygger på en forståelse af det eller de begreber, der arbejdes med. Og husk: *Man kan ikke træne sig til forståelse!* I værste fald kan mekanisk træning føre til overindlæring af uhensigtsmæssige eller ligefrem forkerte metoder, som det kan blive meget vanskeligt for eleverne at aflære igen.

Anvende

Her sættes der fokus på at præsentere eleverne for situationer, hvor matematikken bliver anvendt til at løse praktiske problemstillinger. Hensigten er, at elever arbejder med at strukturere og systematisere dagligdags informationer efter antal, form og størrelse. Der arbejdes fx med priser, tabeller, tidsangivelser, køreplaner, tv-programmer, skoleskemaer, resultatlister m.m.

Reflektere

Her drejer det sig om, hvorvidt eleverne er i stand til at vurdere, hvor og i hvilke situationer man med fordel kan anvende matematik. Matematik kan betragtes som et redskabsfag, der indgår i mange forskellige sammenhænge. Den reflekterende tænkning går igen både i sproget, der benyttes, og i de matematiske begreber, der anvendes. Refleksionen kan også anvendes som metode i forbindelse med evalueringen. På denne måde kan man finde ud af, hvad og med hvilken kvalitet eleverne forstår matematik.

Lærerens rolle er med udgangspunkt i de forskellige tilgange at lede og organisere elevernes aktive deltagelse i arbejdet. Det rækker ikke at give eleverne mulighed for at arbejde med de forskellige repræsentationsformer. Læreren skal støtte eleverne i at skabe relationer mellem de forskellige repræsentationsformer, så de kan udvikle og eksplicitere deres tænkning. Planlægningen af elevernes læring er en vigtig del af lærerens arbejde. Læreren skal tilrettelægge situationer og vælge eksemplariske opgaver og aktiviteter, der gør det muligt for eleverne at skabe sammenhænge mellem de forskellige repræsentationsformer. En opgave eller en aktivitet skal ikke vælges, fordi det er en 'sjov' opgave, men fordi den har relevans for elevens udvikling af kompetence inden for det givne emne, der arbejdes med.

Sproget som lærerens redskab i en differentieret undervisning

At kommunikere er at formidle informationer eller budskabet fra ét menneske til et andet. Kommunikationen kan betegnes som vellykket, når modtageren opfatter og tolker afsenderens budskab i overensstemmelse med, hvad afsenderens hensigt er. At dette kan være svært, vidner mange misforståelser, sårede følelser og konflikter mellem mennesker om.

Læreren kan støtte op om elevernes arbejde ved at være bevidst om, hvilken type af kommunikation der lægges op til i undervisningen. En forudsætning for, at kommunikationen mellem lærer og elever bliver vedkommende, er, at læreren er sig bevidst om kommunikationens indholdsmæssige og forholdsmæssige side.

Kommunikationens indholdsmæssige side er den del af kommunikationen, der drejer sig om det faglige indhold i undervisningen. Kommunikationens forholdsmæssige side handler om, hvordan dette indhold formidles og mødtages. Lærere kommunikerer både indholdsmæssigt og forholdsmæssigt. Når man som lærer er bevidst om, hvordan kommunikationsmønstret forløber, har man mulighed for at prioritere den side af kommunikationen, der på et givet tidspunkt har størst indflydelse på elevens læring. Nogle elever har måske brug for empatisk støtte, mens andre elever har større glæde af en faktuel forklaring, mens andre igen har brug for begge dele.

Lærerens måde at stille spørgsmål på og typen af spørgsmål, der anvendes, har altså indflydelse på elevernes arbejdsmåde og tænkning i og om matematik. En samtale er mere end den korte spørgsmål og svar-rutine, som ofte opstår i en traditionel klassesamtale. I den form for 'samtale' har læreren en klar forventning om, hvad der kan være rimelige svar, og spørgsmålene har til hensigt at lede eleverne hen mod en bestemt type af svar. Lærerens kommentarer til elevernes svar vil ofte referere til de typer af svar, som læreren accepterer som indsigtfulde. Disse kommentarer kan komme til at forme sig på en sådan måde, at eleverne tydeligt forstår, om deres svar er rigtigt eller forkert. Følgende mønster opstår:

- Læreren stiller et spørgsmål (med et bestemt svar i hovedet).
- Eleverne svarer.
- Læreren svarer (dvs. sammenholder elevernes respons med det forventede svar).

Selv om mange elever kan være involverede, opstår der ikke på denne måde en samtale om en problemstilling. Eleverne taler til læreren, ikke til hinanden.

Selv om eleverne er aktive og lytter til læreren, behøver de ikke nødvendigvis at lytte til hinanden. Samtalen udvikler sig til en slags formelsprog, hvor læreren er så optaget af egne målforestillinger, at han ikke opdager, hvad der foregår i eleverne. Denne måde at spørge på betegnes her som 'lukkede spørgsmål'. Hvis man ønsker at ændre på denne kommunikationsform, er man nødt til at stille andre former for spørgsmål og finde alternative former til den traditionelle klas-sesamtale.

Lukkede og åbne og spørgsmål

Der er grundlæggende to måder at stille spørgsmål på, også i matematik, nemlig lukkede henholdsvis åbne spørgsmål. Når man stiller et lukket spørgsmål, er der kun ét svar, og enten kender man svaret, eller også kender man det ikke. Mange af de spørgsmål, man traditionelt stiller eleverne i matematik, har ofte kun ét rigtigt svar og er dermed lukkede spørgsmål. I åbne spørgsmål er der ikke ét bestemt korrekt svar, og læreren har i øvrigt ikke patent på det rigtige svar.

Lukket spørgsmål: Hvad bliver 8×6 ?

Åbent spørgsmål: Forestil dig, at du har glemt, hvad 8×6 er, men at du ved, at 5×6 er 30. Hvordan kan du finde ud af, hvad 8×6 er?

Måden, hvorpå man som lærer stiller spørgsmål, har indflydelse på kvaliteten af de sproglige og faglige overvejelser, eleverne gør sig i forbindelse med undervisningen i matematik. Lukkede spørgsmål kan føre til en mekanisk spørgsmål-svar-procedure, mens åbne spørgsmål derimod lægger op til, at eleverne kan byde ind med deres aktuelle viden om et givet emne uden at skulle ligge under for en rigtigt/forkert-tænkning.

For at støtte eleverne i at sprogliggøre deres matematiske indsigt kan læreren med fordel anvende åbne spørgsmål. Åbne spørgsmål er designet til at producere hele, meningsfulde svar, som inddrager elevernes viden og kunnen i relation til en given problemstilling, hvorimod lukkede spørgsmål lægger op til korte eller ja- eller nej-svar. Åbne spørgsmål vænner eleverne til at finde løsninger selv eller sammen med andre. Læreren kommer ikke med løsningen, men stiller afklarende spørgsmål, som hjælper eleverne til at kunne 'se' en vej til en løsning. Med sine spørgsmål kan læreren fx kontrollere elevernes opfattelse af, hvad opgaven handler om, eller hjælpe med at finde strategier, de kan bruge for at finde en løsning.

Åbne spørgsmål giver mulighed for en række mulige svar og giver eleverne mulighed for at ræsonnere. De starter ofte med 'hvordan' eller 'hvorfor' eller fraser som „Fortæl mig om ...“ Når eleverne i deres svar skal forklare og beskrive, anvender de et sprog, der muliggør refleksiv tænkning. Et svar på et åbent spørgsmål åbner dermed for et vindue ind til en elevs tænkning. Det giver læreren mulighed for at få indsigt i elevernes tænkning og deres forståelser og i, hvilken slags sprog de anvender til at beskrive deres matematiske ideer. Dermed får læreren en bedre forståelse af eleverne matematiske kompetencer.

Man skal dog sikre sig, at problemformuleringen ikke bliver så åben, at den bliver meningsløs for eleverne. Hensigten med åbne spørgsmål skal være klare for eleverne, ligesom kriterierne for at lykkes på forhånd er forhandlet mellem lærer og elever. Arbejdet i små grupper fremmer i øvrigt denne type kommunikation om matematik.

Spørgsmål der lægger op til at eleverne er aktive i kommunikationen

Herunder følger en række eksempler på åbne spørgsmål, der kan lægge op til samtale og diskussion. Bemærk, at eleverne ikke kan besvare spørgsmålene med ja eller nej.

- **Oplæg til diskussion**
 - Prøv at forklare, hvorfor du tror det?
 - Hvordan er du kommet til det resultat? Hvordan kan man vide det?
 - Hvordan vil du overbevise resten af os om, at det stemmer?
 - Er der andre, der har samme svar, men en anden forklaring?
 - Hvilke ligheder er der på jeres forklaringer?
 - Hvilke forskelle er der på jeres forklaringer?
 - Er det sandt i alle sammenhænge? Hvordan vil du vise det?
 - Hvad ved du? Hvilke antagelser vil du gøre?
 - Hvordan kan man vise det ved hjælp af en model?
- **Oplæg til problemformulering og problemløsning**
 - Hvad tror du, er problemet?
 - Hvad mangler du for at kunne løse problemet?
 - Hvilke oplysninger mener du, er overflødige?
 - Hvilke forslag kunne man forestille sig?
 - Prøv med et gæt!

- Hvordan kan man formulere problemet på en anden måde?
- Hvad nu hvis ...?
- Hvordan kan man ændre på problemet for at få andre løsninger?
- Hvad kan du komme i tanke om fra tidligere, vi kan tage i anvendelse?
- Hvilke sammenhænge kan du finde?
- Hvad har du arbejdet med før, der ligner dette problem?

Om progressionen i spørgsmål

Som lærer kan man gøre sig overvejelser over, hvilke typer spørgsmål der kan udfordre elevernes tænkning omkring en problemstilling. Man skal være opmærksom på, hvordan man spørger, og hvilke spørgsmål man stiller eleverne. For elever, der er i vanskeligheder i matematik, vil det ofte ikke være hensigtsmæssigt at stille spørgsmål som: „Hvad er det, du ikke forstår?“ Et typisk svar på et sådant spørgsmål vil ofte være: „Det hele!“ Det vil ofte være meget svært for elever at forklare, hvad de ikke forstår, fordi det jo er en del af problemet – at de ikke forstår. Vi vil i stedet anbefale en tredelt spørgeteknik, som beskrives i det følgende. Der er ikke tale om klart definerede og afgrænsede trin. Det er snarere et spørgsmål om at opfatte udviklingen som et kontinuum, der går fra det konkrete ’hvordan’ til det abstrakte ’hvorfor’.

1. Spørgsmål til elevens handlinger

Indledende kan man spørge eleverne om, *hvordan* de gør ting. Hvordansspørgsmål lægger op til, at eleverne skal sætte ord på deres handlinger. Elever, der arbejder på dette trin, tager derfor udgangspunkt i deres egen intuitive forståelse. Det er vigtigt, at man her virkelig prøver at forstå, hvordan eleven tænker, og ikke prøver at trække eleven ind i bestemte måder at tænke og handle på.

2. Spørgsmål til elevens tænkning vedrørende systematisering

På dette trin kan man rette sine spørgsmål mod at opfordre eleverne til at lede efter systemer. Man kan spørge ind til elevernes forståelse. Eleverne systematiserer med udgangspunkt i den konkrete situation.

3. Spørgsmål til elevens tænkning vedrørende generalisering

På det sidste trin lægges der ved hjælp af spørgsmål op til, at eleverne skal tænke i generaliseringer. Eleverne kan fx opfordres til at finde ud af, om det er muligt at finde en generel løsning til en given problemstilling.

Læreren kan styre undervisningen ved hjælp af måden at stille spørgsmål på. Sproget bliver på den måde lærerens redskab i undervisningen. Hvis udgangspunktet er, at eleverne kan udvikle deres forståelse gennem samtale, bør man undgå at stille lukkede spørgsmål, der er designet til ét bestemt svar. Elevernes matematiske tænkning understøttes i langt højere grad, hvis man stiller åbne spørgsmål, der giver dem mulighed for at svare ud fra deres givne forudsætninger.

Samarbejde som redskab i en differentieret undervisning

Læring gennem samarbejde er en arbejdsform, som tilgodeser den enkelte elev såvel som fællesskabet. Denne samarbejdsform er en struktureret måde at lave gruppearbejde på. Det er karakteristisk for arbejdsformen, at arbejdet struktureres på en sådan måde, at eleverne bliver gensidigt afhængige af hinanden. Dette sikres bl.a. ved, at eleverne har et klart fælles mål for arbejdet, og at arbejdet er struktureret sådan, at samarbejde er en forudsætning for at løse opgaven. Eleverne skal fx deles om materialet eller har forskellige roller i arbejdet, som alle er nødvendige. Eleverne skal sidde tæt sammen og samarbejde på en støttende og positiv måde. Den enkelte elev er personligt ansvarlig for gruppens faglige resultat. Denne arbejdsform medvirker til at udvikle elevens sociale færdigheder. Endvidere foregår der en løbende evaluering af selve samarbejdsprocessen. Cooperative Learning® er et eksempel på en arbejdsform, der bygger på læring gennem samarbejde. CL anvender en lang række faste samarbejdsstrukturer, som beskrives i Kagan & Stenlev (2006). Her skal blot omtales ét eksempel:

Tænk-del-miks

Ud fra de grundlæggende CL-samarbejdsstrukturer er det muligt at udvikle sine egne variationer og tilpasse dem til matematikundervisningen. I nedenstående aktivitet har vi således kombineret flere CL-strukturer. Formålet er at udfordre elevernes tankegangskompetence, samtidig med at de skal gengive andres synspunkter og opsummere vigtige pointer undervejs i arbejdet.

- Læreren stiller en opgave: at gå på opdagelse i magiske kvadrater.
- Hver elev tænker over mulighederne i et bestemt tidsrum og tager evt. notater.
- Mulige forslag diskuteres med makkeren.
- Efter et bestemt tidsrum siger læreren „miks“, og man skifter makker.
- Det nye makkerpar refererer pointer og udveksler ideer og arbejder videre med kvadraterne.
- Eleverne skifter igen makker, og foregående punkt gentages, evt. flere gange.
- Når det er hensigtsmæssigt, deles opdagelserne med klassen.

Uanset om man vælger at organisere samarbejdet i CL-strukturer eller på anden måde, så skal man sikre sig, at indholdet i samtalerne har en karakter, der styrker elevernes faglige forståelse af en given problemstilling. Man skal ligeledes være opmærksom på, at CL-strukturerne kun er én arbejdsform blandt mange mulige.

Afrunding

Det er beskrivelsen af målene, som de fremgår af faghæftet for matematik, koblet til den elevgruppe, som skal undervises, der bør være det styrende element for lærerens didaktiske tænkning. Det afføder følgende spørgsmål:

Hvordan får jeg som lærer tilrettelagt undervisningssituationer, der i videst muligt omfang tilgodeser den enkelte elevs forudsætninger, potentiale, motivation og behov i forhold til de trinmål eller slutmål, der er knyttet til elevgruppen som fælles mål? Hvordan får jeg tilgodeset de elever, der har særlige behov eller særlige forudsætninger? Det kan med rette føles som et sisyfosarbejde³, især hvis man oplever, at man ikke altid har succes med at give den enkelte elev optimale muligheder for læring. Men det vil være et godt grundlag for at tilrettelægge et undervisningsmiljø, der gør det muligt for mange elever at lære matematik, hvis man i sin didaktiske tænkning inddrager de tilgange, der kommer frem i heksagonen (se side 195), og endvidere søger at tilgodese nogle af følgende elementer i sin undervisning:

3 Sisyfos var en græsk sagnskikkelse, der fik som straf til evig tid at skulle bakse med at rulle en sten op til toppen af et bjerg, hvorfra den straks rullede ned igen.

- De undervisningssituationer, der fremlægges, er rige på muligheder for eleven til at undre sig, blive udfordret, gå på opdagelse og kommunikere.
- Elevernes kundskaber opfattes som individuelle konstruktioner, der anvendes til at gøre verden begribelig. Læreren kommer ikke med færdige afbildninger af verden, der skal overføres til den enkelte elev.
- Undervisningssituationer er præget af samtale, hvor der lyttes, argumenteres og modargumenteres i respekt for alles synspunkter.
- Den enkelte elev ved, at det er lærerens ansvar at støtte hans eller hendes læring, men at det ikke alene er lærerens ansvar. Eleven ved, at han/hun også har et medansvar, der bl.a. kommer til udtryk gennem at være medbestemmende om udviklingen af egne læringsstrategier.
- Den enkelte elev oplever, at han/hun i høj grad gennemfører en selvevaluering på baggrund af samtaler om egen udvikling med læreren gennem den løbende evaluering.

For som lærer at få inddraget disse ankre for undervisning og læring kan man starte med at besvare følgende spørgsmål, som er foreslået af Malmer (2002):

- Hvilke *mål* vil jeg opnå?
- Hvilke *fokuspunkter* vil jeg lade være pejlinger for undervisningen?
- Hvilke *læringsbetingelser* er jeg nødt til at tage hensyn til?
- Hvilken *måde at arbejde på* og hvilke *arbejdsformer* vælger jeg?

Når man som lærer overvejer disse spørgsmål som et led i sin undervisningsplanlægning, vil man give gode muligheder for, at den gruppe af elever, der skal undervises, indirekte medvirker i planlægningen af undervisningen, og dermed er grundlaget lagt for en differentieret undervisning i gensidig respekt.

Litteratur

- Beckmann, S. (2002). *Mathematics for elementary teachers. Making sense by 'explaining why'*. Foredrag holdt på The Second International Conference on the Teaching of Mathematics at the Undergraduate Level, Kreta, 2002. Kan hentes på: <http://www.math.uoc.gr/~ictm2/Proceedings/pap174.pdf> (september 2012).
- Danmarks Evalueringsinstitut (2004a). *Undervisningsdifferentiering i folkeskolen*. København: Danmarks Evalueringsinstitut (EVA). Kan hentes på: <http://www.eva.dk/projekter/2010/2003/undervisningsdifferentiering-i-folkeskolen> (september 2012).
- Danmarks Evalueringsinstitut, EVA (2004b). *Løbende evaluering af elevernes udbytte af undervisningen i folkeskolen*. København: Danmarks Evalueringsinstitut (EVA). Kan hentes på: <http://www.eva.dk/projekter/2004/loebende-evaluering-i-grundskolen/projektprodukter/loebende-evaluering-af-elevernes-udbytte-af-undervisningen-i-folkeskolen> (september 2012).
- Dale, T.C. & G.J. Cuevas, (1987). Integrating language and mathematics learning. I: J. Crandall (red.), *ESL through Content-Area Instruction*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall Regents.
- Eriksen, D.B. (1993): Den sproglige dimension. I: M. Jansen M. (red.), *Matematik*. Vejle: Kroghs Forlag.
- Hansen, V.R. m.fl. (1998): *Læreprocesser potentialer og undervisningsdifferentiering*. København: Danmarks Pædagogiske Institut.
- Kagan S. & Stenlev, J. (2006). *Cooperative learning → Undervisning med samarbejdsstrukturer*. København: Alinea.
- King, J.P. (1992). *The art of mathematics*. New York, NY: Plenum Press.
- Malmer, G. (2002): *Bra matematik för alla*. Lund: Studentlitteratur.
- Montaigne, M. de (1898): Om børneopdragelse (Essais, livre I, chap. 24-25, 1588). Oversat af Carl Michelsen. Bind 1 af Til Opdragelsens Historie, Pædagogiske Klassikere. København: Det Nordiske Forlag.