

5. Matematik og læsning

Det bliver ofte diskuteret, om det er formuleringen, tekstmængden eller kompleksiteten i matematikopgaver, der er skyld i, at nogle elever kommer i vanskeligheder i matematik.⁶² Det er klart, at disse problemstillinger har indflydelse på elevers oplevelse af succes i matematik. Men til overvejelse står, om nogle typer af formuleringer er svære for nogle elever, og andre typer af formuleringer er svære for andre elever? Og om det muligt at affatte *den* ultimative formulering på en opgave i matematik for alle elever, til alle tider?

Der er ingen tvivl om, at det er vigtigt hele tiden at diskutere, forbedre og tydeliggøre formuleringer i matematikbøger samt at finde alternativer til de traditionelle tilgange til matematikopgaver. De bedste undervisningsmaterialer er tekster, der er godt skrevet. Eleverne lærer bedre, når hovedtanker og hovedemner er klart og tydeligt præsenteret i stoffet. En anden tilgang er, at elevens indsigt i, hvordan eksempelvis deres matematikbog er opbygget, spiller en vigtig rolle for deres forståelse. Elever, der har kendskab til, hvordan deres matematikbog er bygget op, lærer mere end elever, der ikke har denne kendskab.⁶³ Derfor skal man passe på ikke at flytte hele fokus fra, at eleverne får mulighed for at udvikle en funktionel matematisk kompetence, der gør det muligt for dem at forholde sig til matematikholdige tekster i mange forskellige sammenhænge og af meget forskellig kvalitet, til en diskussion om undervisningsmaterialernes form og indhold.

I dette kapitel er der tale om en pragmatisk tilgang ud fra den opfattelse, at eleverne må lære at læse matematik med udgangspunkt i de bøger eller materialer, de arbejder med uafhængigt af form og indhold, men selv-

⁶² Reikerås, 2006; Engström, 2006.

⁶³ Santa og Engen, 1996.

følgelig være opmærksom på, at eksempelvis ordblinde elever skal have alternative muligheder for at tilegne sig teksten i deres matematikbog.

Matematiske tekstopgaver udtrykkes i ord og symboler, hvor sproget ofte er præcist, og hvor de fleste ord må forstås og tolkes korrekt, for at det skal være muligt at arbejde med et givent problem. Elever, der gætter på ords betydninger ud fra enkelte bogstaver eller stavelser, som springer ord over, eller som afkoder langsomt og meningsforstyrrende, kan komme i vanskeligheder, når de skal finde mening i en matematisk tekst. Det kan føre til overvejelser over, hvorvidt:

- Matematiklærere tager for givet, at når eleverne har lært at læse, kan de også læse en matematikbog?
- Elever, der har lært at læse, også umiddelbart ved, hvordan deres læsefærdighed kan udnyttes til at læse i en matematikbog?
- Elever, der har lært at læse, kan anvende deres læsefærdighed som funktionelt redskab for deres matematiklæring?

Når eleverne starter i 4. klasse, ændrer indhold og form sig i matematikbøgerne. Mange matematiksystemer går fra at være systemer bestående af engangsbøger til at blive bøger, der læses i. Bøgerne skal kunne genbruges. Disse bøger betegnes derfor som „flergangsbøger“.

Dette skift i bøgernes udformning betyder blandt andet, at tekstmængden i bøgerne stiger betydeligt. Eleverne er nødt til at kunne læse indholdet i matematikbogen og derefter overføre denne viden til andre medier som for eksempel at skrive i et arbejdshæfte, arbejde med konkrete materialer, udføre aktiviteter, der er beskrevet i bogen og så videre.

I Danmark synes begrundelsen for denne ændring af bogsystemernes udformning at være, at eleverne efter 2. klasse skal mestre faglig læsning. I Fælles Mål for dansk efter 2. klasse⁶⁴ kan man blandt andet læse følgende:

„Undervisningen skal lede frem mod, at eleverne har tilegnet sig kundskaber og færdigheder, der sætter dem i stand til at

- læse ukendte, lette og alderssvarende tekster uden hjælp – både fag- og skønlitteratur*
- bruge forskellige elementære læsestrategier*

64 <http://www.faellesmaal.uvm.dk/fag/Dansk/trinmaal.html>

- *udtrykke deres egen forståelse af tekster*
- *læse med forståelse og genfortælle handlingen i en tekst.*“

Det forventes med andre ord, at eleverne er i stand til at læse og forstå fagtekster, som det for eksempel kommer til udtryk i den matematikbog, de får udleveret, når de starter i 4. klasse.

Argumentet er ikke eksplicit udtrykt nogen steder, men denne underforståede argumentation kunne vel ligge til grund for overgangen fra engangsbøger til flergangsbøger i matematik?

Umiddelbart ser det dog ud til, at ikke alle elever mestrer overgangen fra engangsbøger til flergangsbøger som forventet.

Ligeledes synes der hos lærere at være en udtalt bekymring over den øgede tekstmængde, der er i flergangsbøgerne.

Hvis eleverne har vanskeligheder med forståelsen af deres matematikbøger, kan det være fordi:

- De ikke er i stand til at anvende deres læsekompetence, som det forventes i Fælles Mål.
- De ikke undervises i, hvordan man skal læse i en matematikbog.
- De ikke har de nødvendige hverdagserfaringer, hvorfor det næsten er umuligt at forstå teksten, selvom hvert ord kan afkodes
- De ikke kan få tekstens oplysninger til at hænge sammen med deres hverdagserfaringer.
- De ikke formår at danne inferens, kohærens og kohæsion⁶⁵ i fagtekster.
- Lærerne oplever tekstmængden i bøgerne som problemet, samtidig med at de ikke er opmærksomme på, at eleverne ikke har lært at læse i en matematikbog.

⁶⁵ *Inferens* er tankegange, slutninger eller former for ræsonnementer, hvor erfaring og viden overføres fra én situation til en anden vel at mærke på en måde, der har retning fra det kendte til det ukendte, i en form der kan sammenfattes med metaforen „spring“. Det har altså noget at gøre med måden, man tænker på, og måden, man når til nye erkendelser på.

Kohærens beskriver, om der er en overensstemmelse mellem forskellige begrebers betydning og indbyrdes sammenhæng.

Kohæsion i en tekst vil sige, at der er en særlig sammenhæng i et tekstforløb, fordi der er overensstemmelse mellem for eksempel den måde, elementer henviser til hinanden på.

Matematikbogen som genre

Når man skal lære at læse i en matematikbog, kan det være hensigtsmæssigt at kende til, hvordan matematikbogen er bygget op og mere generelt forstå matematikbogen som genre.

Genrekendskab er både et udtryk for en række karakteristiske træk ved en tekst og for et sæt forventninger hos den, der har øje for disse træk.⁶⁶ En elev, der har genrekendskab, er altså en læser, som anvender sin genreforståelse til at bearbejde de prototypiske træk, der er i en given teksts struktur.

Genrekendskab kan guide en elev gennem en opgave i matematik og støtter dermed eleven med at orientere sig i teksten. Denne viden om, hvordan en faglig tekst i matematik er bygget op, gør, at eleven bevidst kan benytte sig af de forskellige tekstelementer, når en opgave skal løses.

Det er vigtigt, at eleverne forstår opbygningen af deres matematikbog. Santa og Engen peger på, at bøgernes struktur – forklarende som fortællende – spiller en vigtig rolle for elevernes forståelse.⁶⁷ Hvis eleverne er bevidste om, hvordan deres matematikbøger er strukturerede, er det lettere for dem at forstå, huske og anvende det, de har læst.

En tydelig og konsekvent opbygning af de matematikbøger, der anvendes i undervisningen, giver eleverne en bedre mulighed for at tilegne sig den systematik, der ligger til grund for opbygningen af bøgerne. Dette gør, at bøgerne kan danne grundlaget for undervisning i genrekendskab og faglig læsning.

En tekst i en fagbog er mere end blot de skrevne ord. Det danske matematikbogssystem, der hedder *Kontext*, kan her tjene som et prototypisk eksempel på, hvordan en tekst i et afsnit i en matematikbog kan være bygget op. Eksemplerne i dette afsnit stammer fra *Kontext for 6. klasse*.⁶⁸

I dette matematiksystem indeholder de enkelte afsnit i bøgerne op til fire tekstelementer. Disse elementer er beskrevet nedenfor.

⁶⁶ Jakobsen, 2005.

⁶⁷ Santa og Engen, 1996.

⁶⁸ Andersen et al., 2006.



Parkering ②

Der er åbnet to nye butikker – Brutto og Inko, som sælger discountvarer. De ligger begge i et handelscenter uden for byen, så gode parkeringsforhold er vigtige. For at kende forskel har man malet striberne røde til kunderne i Brutto og blå til kunderne i Inko.

Begge butiksbestyrere, Carlsen fra Brutto og Henning fra Inko, er i tvivl, om der er plads nok. De registrerer derfor på et bestemt tidspunkt hver dag, hvor mange biler der er parkeret.

Til venstre ser du et eksempel på parkeringen kl. 12 en tirsdag.

OPGAVE 1 ③

- Hvor mange biler er der plads til på den røde parkeringsplads? Den blå parkeringsplads?
- Hvor mange biler er der på hver af de to parkeringspladser?

Carlsen påstår, at Bruttos røde parkeringsplads er fyldt mere end Inkos blå.

OPGAVE 2 ③

- Hvorfor har Carlsen ret?
- Hvor mange flere biler skal parkere på den blå parkeringsplads, hvis de begge skal være fyldt lige meget?

Efter et par timer ser situationen sådan ud. Se til højre.

OPGAVE 3 ③

- Hvilken parkeringsplads har nu flest parkerede biler?
- Hvilken parkeringsplads er fyldt mest op?
- Begrund dit svar. Du kan fx bruge tegning, eller beskrive dit resultat i brøktal eller procenttal.
- Tegn skemaerne og udfyld de tomme felter.

	Brøktal	Decimaltal	Procenttal
Rød parkeringsplads			
Parkerede biler			
Tomme pladser			
Blå parkeringsplads			
Parkerede biler			
Tomme pladser			

Carlsen tegner en procentstrimmel, hvor han farver antallet af parkerede biler.

Bruttos røde parkeringsplads

0 biler ? ? 40 biler

0% 25% ? 100%

OPGAVE 4 ③

- Hvor mange parkerede biler svarer 25% til?
- Tegn procentstrimlen og skriv de tal, som mangler ved spørgsmålstegnene.
- Tegn tre forskellige eksempler på, at den røde parkeringsplads er fyldt 25%. Brug evt. kopiark.

- En tegning, der illustrerer afsnittets problemstilling. Den indledende tegning indeholder hints og kommentarer til afsnittet og vil ofte være en forudsætning for, at eleverne kan løse de givne opgaver. Tegningen kan ligeledes hjælpe eleverne til at forestille sig opgaven. Det at kunne danne sig og fastholde mentale billeder af en tekst er grundlæggende for væsentlige kompetencer i forbindelse med problemløsning. Det drejer sig blandt andet om tænkning, fastholdelse i arbejds hukommelsen og læsning.
- Der er altid en indledende tekst, der introducerer problemstillingen i afsnittet. Dette afsnit sætter eleverne ind i, hvad historien handler om, og hvad man særligt skal være opmærksom på i forbindelse med opgaverne. Her finder man mange af de oplysninger, der skal anvendes for at løse opgaverne.
- Opgaver til afsnittet. Disse opgaver indeholder underspørgsmål, men de indeholder ikke umiddelbart støtte til løsningen af opgaverne. Denne støtte skal findes i de andre tekstelementer.
- Der kan eventuelt være tekniske tegninger. Disse tegninger kan være med til at belyse spørgsmålene i de enkelte opgaver i afsnittet. De tekniske tegninger understøtter ofte strategier til at løse opgaverne.

Når man arbejder med at forstå en tekst og løse de tilhørende opgaver, fastholder man de enkelte forestillingsbilleder i sin arbejds hukommelse.

Kunsten består i at få det hele til at hænge sammen. Eleverne skal med andre ord være i stand til at bevæge sig ubesværet mellem de fire tekst-elementer for at kunne skabe mening i teksten. Inferens, kohærens og kohæsion er en forudsætning for at kunne løse opgaverne på siden.

Den specifikke genre, som en matematikbog er, er ikke nødvendigvis kendt for eleverne. Det kan derfor være nødvendigt at undervise eleverne i den måde, man generelt opbygger matematikbøger på (genrekendskab), eksemplificeret ved det matematiksystem der arbejdes med i klassen.

Fra færdigheder mod forståelse

Den øgede tekstmængde kan betragtes som et skift i fokus fra færdighedstunge til forståelsestunge materialer.

I matematikbøgerne fra 1. til 3. klasse sættes der først og fremmest fokus på faglige færdigheder. Der er næsten ingen tekst, eleverne skal forholde sig til, og opgaverne er langt hen ad vejen kontekstuaafhængige. Der lægges op til, at eleverne i stor udstrækning lærer færdigheder i matematik. Der kan være både gode og velovervejede grunde til denne undervisningsform på dette alderstrin, men man skal være opmærksom på, at ikke alle elever automatisk udvikler en forståelse af de matematiske færdigheder, der arbejdes med.

At kunne læse

Det er lettere at løse færdighedsopgaver end at skulle finde frem til de relevante og nødvendige oplysninger i en tekstopgave og omsætte disse oplysninger til matematisk symbolsprog. Det kan kun lade sig gøre, hvis man kan læse opgaveteksten og drage de nødvendige matematiske følgeslutninger. Læsningen er altså en forudsætning for at kunne opstille en hensigtsmæssig matematisk algoritme. Man taler om at kunne læse, når man kan afkode og forstå en tekst.

Læseafkodning

Afkodningen er den proces, hvor den alfabetiske kode knækkes, og eleverne bliver i stand til at genkende de forskellige ord samt omsætte det grafiske udtryk til sproglyd. Afkodningen handler om den tekniske side af læseprocessen. En flydende og fleksibel læsning forudsætter, at afkod-

ningen er automatiseret, og at den tekniske side af læseprocessen ikke lægger beslag på læserens opmærksomhed.

En mangelfuld afkodning kan gå ud over det samlede læseudbytte på mindst to måder:

- Der kan læses med så lav hastighed, at det er umuligt at fastholde meningshelheden.
- Der kan være så mange meningsforstyrrende fejllæsninger, at læseren ikke får overblik over tekstens indhold.

Elever, der på grund af manglende træning har problemer med afkodningen, har brug for at læse mange og lette tekster med mange lydrette ord. Disse elever har i særlig grad brug for træning i fonologisk opmærksomhed forstået som evnen til at omsætte de enkelte sproglyde til bogstaver. De har endvidere brug for træning i morfologisk opmærksomhed forstået som evnen til at danne ord, og de regler for orddannelse, der bestemmer, hvad der er tilladt på et sprog. Det principielle ved morfemer bygger på, at man kan kombinere et begrænset antal enheder og dermed skabe nye betydninger. På dansk kan man på den måde koble morfemer som fødsel/s/dag/s/sang/kort/gave/r.

Læseforståelse

Forståelse af det, der læses, handler om de processer, der er i gang ud over ordniveau, når eleven bearbejder sætninger og tolker indholdet i teksten. Forståelsen har således både at gøre med den sproglige bearbejdning og med selve tolkningen af teksten.

For at kunne læse en tekst må man have hverdagserfaringer eller forforståelser, der gør det muligt at skabe mening i den tekst, der læses.

Læseforståelsen handler om, at man danner sig mentale repræsentationer af det, der beskrives i teksten. En mental repræsentation er den samlede gruppe af forestillinger, der er relateret til en situation eller et begreb. Sproget giver eleven mulighed for at beskæftige sig med genstande og begreber, der ikke perceptuelt er til stede; at man med andre ord er i stand til på et indre plan at kunne forestille sig situationer og begreber.

Hvis eleverne ikke forstår det, de læser, kan det betyde, at de overvejelser, de gør sig, og de anvendte strategier er uhensigtsmæssige eller direkte forkerte. Følgende eksempel kan fungere som illustration af denne problemstilling. En elev har regnet følgende opgaver:

Per har 7 æbler. Mie har 13 æbler.
Hvor mange æbler har de tilsammen?
Eleven svarer: **20 æbler.**

Per har 7 æbler. Så giver han 6 æbler til Mille.
Hvor mange æbler har Per nu?
Eleven svarer: **1 æble.**

Per har 7 æbler. Mie har 13 æbler.
Hvor mange æbler må Mille give til Per, for at de har lige mange?
Eleven svarer: **20 æbler.**

Eleven får det rigtige resultat i to ud af tre opgaver, men svaret på den sidste opgave virker umiddelbart helt meningsløst. Eleven argumenterer på følgende måde:

„Hvis det største tal står først, så trækker jeg fra. Hvis det mindste tal står først, så lægger jeg sammen.“

Eleven anvender med andre ord ikke teksten i sine overvejelser over valget af strategi, men leder i teksten efter nogle markører, der kan fortælle ham, hvad han skal gøre. Eleven anvender tænkning, der ikke bygger på en forståelse af teksten, fordi han har vanskeligheder med læseforståelsen. Hvis der ikke tages højde for denne problemstilling, vil han få vanskeligheder med at løse tekstopgaver på trods af, at han mestrer de regnetekniske færdigheder, der indgår i opgaverne.

Den finske forsker Karin Linnanmäki har i en undersøgelse fundet følgende karakteristika, når elever indsamler og bearbejder information i forbindelse med løsning af matematikopgaver i sproglige kontekster.⁶⁹

1) At indhente information

a) Højt præsterende elever

- Udelader overflødige data
- Svarer hurtigt
- Komprimerer informationsproceduren

⁶⁹ Linnanmäki, 1990.

- b) Lavt præsterende elever
 - Fokuserer på detaljer
 - Søger detaljer for at vælge strategi
 - Stiller ingen spørgsmål

2) At bearbejde information

- a) Højt præsterende elever
 - Knytter an til tidligere lært stof
 - Generaliserer
- b) Lavt præsterende elever
 - Generaliserer ikke
 - Finder ikke alternative løsninger

3) At huske information

- a) Højt præsterende elever
 - Husker generelle relationer
- b) Lavt præsterende elever
 - Husker nogle detaljer

Der er tale om to kvalitativt forskellige måder at bearbejde information på. Det er derfor ikke muligt for de lavt præsterende elever sådan uden videre at ændre strategi. Snorre Ostad⁷⁰ argumenterer for, at disse elever lærer anderledes, således at resultatet bliver en reduceret kvalitet af det, de lærer.⁷¹ Når eleverne får det rigtige svar, synes opgaveløsningen at basere sig på primært situationsspecifikke strategier som beskrevet ovenfor.

Læsekompetence

En god læsekompetence handler om, at man har tilegnet sig en automatiseret afkodning og en god forståelse af det læste. Læsekompetence kan forstås som:

- Den elementære læsekompetence, der betyder, at eleverne kan afkode og forstå tekster.
- Den funktionelle læsekompetence, der betyder, at eleverne kan læse, forstå og anvende de faglige tekster, som det for eksempel

⁷⁰ Professor emiritus Snorre Ostad er ansat ved universitetet i Oslo. Han er internationalt anerkendt inden for forskningen i matematikvanskeligheder.

⁷¹ Ostad, 2001.

kommer til udtryk, når de arbejder med tekstopgaver i matematik. Ligeledes forventes det, at eleverne har tilegnet sig fleksible læsestrategier.

Den funktionelle læsekompetence bliver af særlig interesse, når det handler om at kunne læse en matematikbog. Der er altså tale om, at eleverne skal kunne beherske en avanceret måde at læse på. Når eleverne starter med 4. klasses matematikbog, må der med andre ord foreligge en forventning om, at eleverne har tilegnet sig en funktionel læsekompetence.

Eleverne skal læse matematik!

At skulle læse i en matematikbog er for eleverne en helt ny måde at skulle forholde sig til matematikken på. Kvaliteten af elevernes læsning er et af de forhold, der har indflydelse på, om lykkes i matematik i 4. klasse. At kunne læse matematik kræver at blandt andet, at eleven kan:

- Afkode teksten.
- Afkode de matematiske symboler, der indgår i teksten.
- Sammenholde informationer af matematikholdig karakter, der indgår i teksten.
- Identificere problemstillingen.
- Vælge adækvate strategier.
- Foretage en beregning.
- Reflektere over resultatet.

Et andet forhold, der gør sig gældende i forbindelse med læsning generelt, er, at man skal kunne forstå den tekst, man læser. For at forstå en tekst må man:

- Have god sprogforståelse, herunder velfungerende ordgenkendelse, et godt ordforråd, en god syntaktisk forståelse og god semantisk forståelse.
- Have baggrundsviden og forhåndsforståelse.
- Kunne fortolke teksten.
- Kunne danne mentale forestillinger.
- Kunne forstå teksters opbygning.
- Have en aktiv læseindstilling.

En væsentlig årsag til, at elever har vanskeligt ved at løse tekstopgaver i matematikbøgerne, kan være, at de ikke forstår indholdet i de tekster, de læser. Dette gør, at de får vanskeligt ved at vælge relevante løsningsstrategier.

I Norge har Stiftelsen dysleksiforskning introduceret „Montana-modellen“.⁷² Denne model har fokus på at lære eleverne læringsstrategier og kan derfor være en støtte for de elever, der har vanskeligheder i matematik. Metodikken er bygget op på seks principper:

1. Det er vigtigt at have baggrundsviden.
2. Eleverne er aktive i læreprocessen og reflekterer over processen.
3. Gode læsere organiserer information gennem det, de læser.
4. Eleverne har brug for at skrive om det, de læser.
5. Eleverne skal have mulighed for at tale om det, de læser.
6. Lærere, der gennem forklaring og modellering viser, hvordan eleverne kan lære, er med til at skabe gode læsere.

Hagtvet mener, at det er vigtigt blandt andet at lægge vægt på følgende punkter i forbindelse med informationsbearbejdning og strategilæring:⁷³ Eleven skal støttes i at udvælge væsentlig information. Desuden skal eleven skal have støtte til at organisere informationen på en hensigtsmæssig måde.

Det er med andre ord vigtigt, at eleverne udvikler deres funktionelle læsekompetence, fordi det er en forudsætning for at kunne styrke deres kompetence til at løse sprogligt formulerede problemstillinger i matematik, som det blandt andet kommer til udtryk i hverdagsmatematikken. I en nylig gennemført undersøgelse har man fundet, at halvdelen af de læsesvage elever er næsten på linje med normalpræstationer, når det gælder skriftlige regneopgaver uden tekst.⁷⁴ Høines formulerer det på følgende måde: „Oftentimes er det ikke matematikken, der er problemet, men mødet med sproget og kommunikationen“.⁷⁵

72 Santa og Engen, 1996.

73 Hagtved, 1996.

74 Reikerås, 2006.

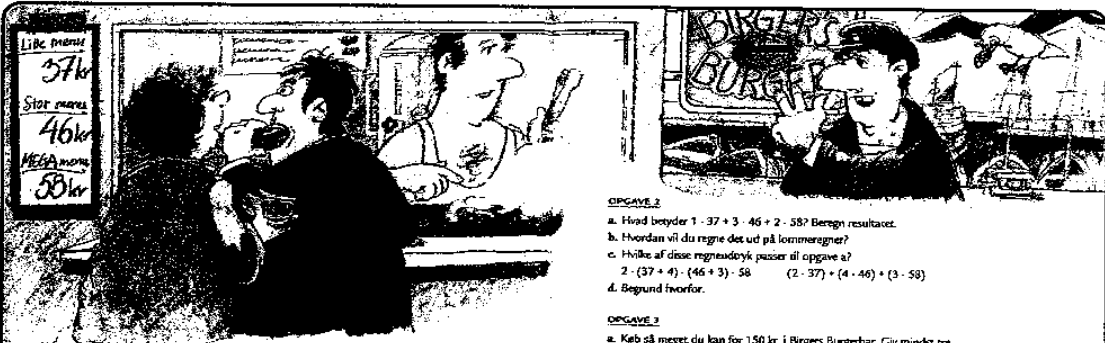
75 Høines, 1997.

At forstå en tekst

Når man har tilegnet sig en læseforståelse, er man i stand til at skabe sig forestillinger eller mentale billeder af det, der beskrives i ens matematikbog. Det kan dog være vanskeligt for mange elever at vurdere, om eller hvordan de har forstået og aflæst de forskellige tekstelementer, der indgår på en side i deres matematikbog, så de bliver i stand til at løse de tilhørende opgaver. Forståelse er nemlig ikke noget, man har eller ikke har. Forståelsen kan være mere eller mindre kvalificeret, samtidig med at det kan være svært at vurdere kvaliteten af sin forståelse ud fra nogle objektive kriterier.

Det, der adskiller gode læsere fra mindre gode læsere, er, at de gode læsere som regel er bevidste om, om de har forstået eller ikke forstået teksten. Mindre gode læsere er ofte ikke sikre på, om de har opfattet teksten rigtigt, eller om den forståelse, de har, rækker til at løse opgaverne på siden.

Carsten Elbro og Per Nielsen giver tre enkle, men meget funktionelle forslag, der kan understøtte læseforståelsen.⁷⁶



Birgers Burgerbar

Birger åbner hver sommer sin Burgerbar. Sommergæsterne plejer at dukke op omkring påske, så weekenden får ger han det hele klar. I år har han bestemt sig for at have tre billige menuer som trackplaster.

Den første dag er der allerede mange mennesker, så det skal gå lidt stærkt med at betjene og regne priser ud.

En kunde siger: "Tre gange Lille menu og to gange Mega menu"

OPGAVE 1

- Hvor meget skal kunden betale?
- Beskriv, hvordan du regnede det ud. Begrund, hvorfor regnestykket kan skrives $3 \cdot 37 + 2 \cdot 58$.
- Giv et overlag på den samlede pris og beskriv, hvordan du gjorde.

OPGAVE 2

- Hvad betyder $1 \cdot 37 + 3 \cdot 46 + 2 \cdot 58$? Beregn resultatet.
- Hvordan vil du regne det ud på lommeregner?
- Hvilke af disse regneudtryk passer til opgave a)?
 $2 \cdot (37 + 4) \cdot (46 + 3) \cdot 58$ $(2 \cdot 37) + (4 \cdot 46) + (3 \cdot 58)$
- Begrund hvorfor.

OPGAVE 3

- Køb så meget du kan for 150 kr. i Birgers Burgerbar. Giv mindst tre eksempler og beregn, hvad der bliver tilbage af de 150 kr.
- Hvor tæt kan du komme på at bruge alle 150 kr.?

OPGAVE 4

- En gruppe bestiller alle det samme. Hvad kan de have købt, hvis der på regningen står 296 kr.? 460 kr.? 598 kr.?
- Hvor meget skal en anden gruppe betale, hvis de bestiller 7 Stor menu, 15 Lille menu og 10 Mega menu?

Birger har lavet en særlig ordning, så Mega menuen findes som bornemenue til halv pris.

OPGAVE 5

- Hvor mange bornemenuer svarer til 12 Mega menuer?
- Hvor meget koster 7 bornemenuer i alt?
- Hvor meget får man tilbage på 250 kr.?

⁷⁶ Elbro og Nielsen, 1996. Illustrationen stammer fra *Kontext for 6. klasse*. Forlag Malting Beck, 2006.

1) Forståelsen af nøgleord

„Læs teksten på side 8 om Birgers Burgerbar og forklar den for din makker. Læs derefter opgave 1 og forklar den for din makker.“

I opgave 1a står der „Hvor meget skal kunden betale?“ Hvis en elev ikke forstår opgaven, er det vigtigt her at være opmærksom på, at det i de fleste tilfælde ikke er nok at sige til eleven at han eller hun skal læse opgaven igen. Det er ingen hints i opgaven til, hvordan den skal løses. Hvis eleven ikke ved, hvordan man skal orientere sig i teksten, er det ingen hjælp at læse opgaven igen og igen og igen. Eleverne skal her kunne mestre kohæsionen i tekstens opbygning.

The diagram illustrates a problem-solving context. At the top left, a menu board is shown with three items: 'Lille menu' for 37kr, 'Stor menu' for 46kr, and 'Mega menu' for 58kr. The entire menu board is circled in red. An arrow points from this menu board to a text block below. The text block contains the following information: 'Den første dag er der allerede mange mennesker, så det skal gå lidt stærkt med at betjene og regne priser ud.' (The first day there are already many people, so it will go a bit fast with serving and calculating prices.) This sentence is underlined. Below it, a customer's order is written: 'En kunde siger: "Tre gange Lille menu og to gange Mega menu"' (A customer says: "Three times Little menu and two times Mega menu"). This sentence is also circled in red. Below the customer's order, the task is identified as 'OPGAVE 1' (Task 1). Finally, the specific question is stated: 'a. Hvor meget skal kunden betale?' (a. How much should the customer pay?). This question is circled in red. Arrows indicate the flow of information from the menu board to the task description.

Den første dag er der allerede mange mennesker, så det skal gå lidt stærkt med at betjene og regne priser ud.

En kunde siger: "Tre gange Lille menu og to gange Mega menu"

OPGAVE 1

a. Hvor meget skal kunden betale?

Det er en forudsætning, at eleverne kan orientere sig i tekstens forskellige elementer og uddrage de relevante data, der skal til, for at svare på spørgsmålet. Eleven skal med andre ord kunne dele sin opmærksomhed⁷⁷ samtidig med, at han eller hun fastholder helheden og udelukker forstyrrende og irrelevante elementer på siden.

2) Vanskeligt ved at forestille sig opgaven

„Læs opgave 2 på side 9. Luk bogen, og skriv eller tegn hvad opgaven handler om.“

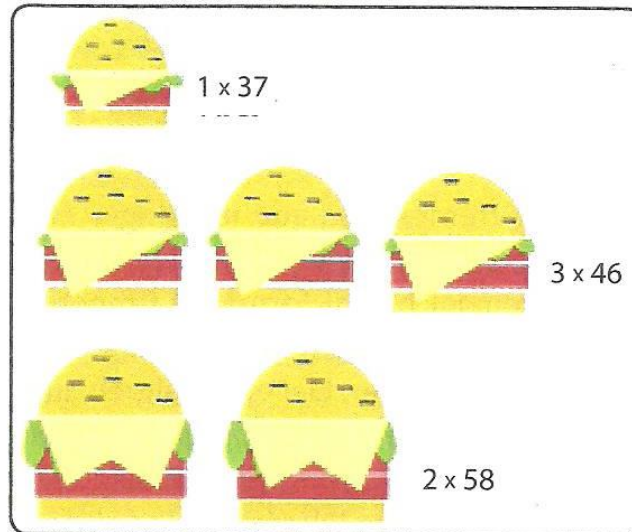
For mange elever kan det være vanskeligt at afgøre, om de skal gange eller plusse først, hvis de ikke har billeder på matematikken. I opgave 2 skal eleverne forklare, hvad „ $1 \times 37 + 3 \times 46 + 2 \times 58$ “ betyder og efterfølgende foretage en udregning. Hvis eleverne ikke har billeder på ovenstående, kan det godt føre frem til følgende udregning:

„ $37 + 3$ er 40
1 gange 40 er 40
 $2 + 58$ er 60.
 $40 + 60$ er 100
100 ganget med 46 er 4600.“

Tænkningen i ovenstående eksempel handler om, at valget af regningsart er styret af, om tallene bliver „pæne“.

Hvis eleverne først tegner problemstillingen, giver udregningen sig selv, og man kommer ikke umiddelbart i vanskeligheder med, om man nu skal gange eller plusse først.

⁷⁷ Delt opmærksomhed eller simultankapacitet er kapaciteten til at have fokuseret opmærksomhed på flere ting på én gang. Det handler om at kunne holde flere bolde i luften. Det er en vigtig opmærksomhedsfunktion, når man arbejder med komplekse handlinger som for eksempel at løse tekstopgaver i matematik. Det er diskuteret og uafklaret, om der reelt er tale om, at opmærksomheden kan dele sig i flere fokuspunkter, eller at der er tale om en stadig skiftende fra det ene til det andet til det tredje og tilbage igen, kaldet „switching-teori“. Forskellige videnskabelige eksperimenter synes at vise, at det tager cirka 500 millisekunder at skifte fra det ene til det andet.



$$1 \times 37 + 3 \times 46 + 2 \times 58$$

For elever, der savner billeder på opgaven, kan overvejelserne komme til at bygge på mekanisk udenadslære. En mekanisk tilgang til sådanne opgaver vil på sigt gøre det meget vanskeligere for eleverne at tilegne sig en forståelse af regningsarternes hierarki.

3) Ved opmærksomhedens grænse

„Læs teksten side 9, opgave 3. Læn dig tilbage, luk øjnene og forestil dig, at du står ved Birgers Burgerbar med 190 kr. i lommen. Du står nede på havnen. Mågerne skriger, kutterne er på vej til kajs med dagens fangst. Jeres kutter kom først i dag. Du er den første, der er gået fra borde. To kunder står allerede og guffer i sig. Du er dødsulten. Hvad kan du købe?“

En anden måde at arbejde aktivt med sin læseforståelse er at vurdere oplysningerne i teksten og for eksempel give afsnittene tal fra nul til fem efter, hvor vigtige de er for at løse matematikopgaverne på siden.⁷⁸

⁷⁸ Elbro og Nielsen, 1996.

At arbejde efter skema som støttende stillads

En mulighed for at støtte eleverne i deres tilegnelse af strategier og deres mulighed for at reflektere over disse strategier er at „arbejde efter skema“.

Følgende skematiske fremgangsmåde inddrager elevernes kognitive og metakognitive tænkning i arbejdet med at forbedre deres generelle strategianvendelse.⁷⁹ Skemaet har til formål at fungere som et støttende stillads for elever, der arbejder med problemløsningsopgaver i matematik givet i forskellige former for tekster. Det er hensigten, at eleverne arbejder sammen i makkerpar. Elever, der samarbejder, opnår et positivt resultat ved at konfrontere hinanden med forskellige synspunkter og derudfra i fællesskab opbygge en mere kompleks forståelse af den problemstilling, der arbejdes med.

Arbejdsgang, makkerpar	Kryds af
Læs opgaven højt (A læser)	
Genfortæl opgaven med egne ord (B genfortæller)	
Hvad handler opgaven om, og hvordan skal den løses? Hvad er spørgsmålet? Hvad ved vi? Hvad ved vi også?	
Tegn et billede af opgaven	
Find og vælg løsningsstrategi	
Giv et overslag	
Udregn resultatet	
Sammenhold resultatet med overslaget og spørgsmålet	

⁷⁹ Fremgangsmåden er inspireret af Montague (Stern og Lundberg, 2002) og Santa og Engen, 1996.

De enkelte punkter i skemaet understøtter forskellige aspekter ved arbejdet med at forstå og løse problemstillinger i matematikholdige tekster. Punkterne uddybes i det følgende.

Læs opgaven højt (læseafkodning)

Formålet er:

- At afklare, om eleverne er i stand til på det rent tekniske plan at læse en tekst.
- At fokusere på vigtigheden af en korrekt afkodning af en tekst.

Hvis eleverne ikke er i stand til at afkode teksten, vil resten af aktiviteten med stor sandsynlighed blive helt meningsløs. Man skal derfor være opmærksom på, at visse elever – for eksempel ordblinde – vil have stor gavn af at få læst opgaven højt.

Genfortæl opgaven med egne ord (læseforståelse)

Formålet er:

- At afklare, om eleverne forstår det, de læser.
- At fokusere på, at en korrekt forståelse af en opgave er en forudsætning for at kunne løse problemet.

Hvis eleverne ikke forstår det, de læser, vil resten af aktiviteten blive meningsløs. Det at kunne læse er en forudsætning for at arbejde med flergangsbøger i matematik. Her gør det sig ligeledes gældende, at hvis eleverne ikke forstår det, de læser, så vil resten af aktiviteten i værste fald bære præg af mere eller mindre tilfældige løsningsforslag.

Hvad handler opgaven om, og hvordan skal den løses? (elementær læsekompetence)

Formålet er:

- At afklare, om eleverne løbende er i stand til at holde deres opmærksomhed på væsentlige aspekter og oplysninger i en given opgave.
- At fokusere på vigtigheden af at kunne identificere de nødvendige data for at løse problemet.

Eleverne skal kunne afkode og forstå de matematiske symboler, der indgår i teksten, for at kunne arbejde målrettet med opgaven.

Tegn et billede af opgaven (mental repræsentation)

Formålet er:

- At afklare, om eleverne får billeder på den tekst, de læser.
- At fokusere på vigtigheden af at danne mentale billeder på det matematiske indhold.

Det at kunne danne mentale billeder på en given problemløsningsopgave er en forudsætning for at kunne tænke matematik. Det er ligeledes en forudsætning, at der foregår en omkodning af opgaven, så den kan holdes i arbejdshukommelsen, mens man arbejder på at løse opgaven.

Find og vælg løsningsstrategi (funktionel læsekompetence og matematikkompetence)

Formålet er:

- At afklare, om eleverne er i stand til at uddrage de relevante data, vælge hensigtsmæssige strategier og anvende dem korrekt.
- At fokusere på vigtigheden af, at der skal være tale om et bevidst valg af strategi.

Det er vigtigt, at eleverne har flere strategier, de fleksibelt kan vælge imellem. Hvis eleverne kun har én strategi til rådighed, ser det ud til, at de fravælger den kritiske refleksion, fordi de alligevel ikke kan skifte strategi, hvis resultatet af et problem ser „underligt“ ud.

Giv et overslag (hverdagserfaringer og talforståelse)

Formålet er:

- At afklare, om eleverne anvender overslag i deres arbejde.
- At fokusere på, at det at foretage et overslag, inden man går i gang med udregningen, er en forudsætning for at kunne forholde sig til et resultat.

En forudsætning for at kunne forholde sig til rimeligheden af et resultat er, at man har nogle omtrentlige forventninger til resultatet. Overslagsregning fordrer, at eleverne gør sig nogle indledende overvejelser angående et givent resultat.

Udregn resultatet (matematikfaglige færdigheder)

Formålet er:

- At afklare, om eleverne mestrer de faglige færdigheder.

- At fokusere på, at mestring af faglige færdigheder er en forudsætning for at nå til et resultat.

Dette er næsten så indlysende, at det til tider kommer til at overskygge resten af arbejdet. Man skal være opmærksom på, at færdighedsregning betyder relativt lidt i forbindelse med problembehandling i matematik. Her vil regnetekniske hjælpemidler som lommeregner og computer række langt.

Sammenhold resultatet med overslaget og spørgsmålet (refleksion)

Formålet er:

- At afklare, om eleverne reflekterer over resultatet af en opgave.
- At fokusere på vigtigheden af at reflektere over rimeligheden af et resultat, hvis det skal give mening at læse sin besvarelse kritisk igennem.

Her er hensigten at udvikle elevernes formåen til at vurdere deres arbejde samt støtte eleverne i at generalisere løsninger. Eleverne kan ligeledes forholde sig til og reflektere over valg af strategier og resultater af beregninger samt skabe sig en indsigt i, at man – for at kunne arbejde med problemstillinger på en reflekteret måde – er nødt til at kunne læse matematik.

Når man anvender skemaet til at lære eleverne, hvordan man arbejder med problemløsningsopgaver i matematik, opnås en høj aktivitet i klassen, da alle elever får mulighed for at være aktive, samtidig med at det hjælper læreren til at strukturere arbejdet med faglig læsning i matematik.

Efterhånden som makkerparrene arbejder sig ned gennem skemaet, krydser de af. Læreren kan cirkulere mellem makkerparrene og spørge ind til deres arbejde. Læreren kan på den måde danne sig et indtryk af de enkelte makkerpars arbejdsform og faglige forståelser, både hvad angår deres læsekompetencer og matematiske kompetencer.

Faglig læsning i matematik

At arbejde med faglig læsning er en del af undervisningen i dansk. Det kunne i den sammenhæng være hensigtsmæssigt, at man i starten af 4. klasse har et tværfagligt projekt, hvor eleverne arbejder med faglig læs-

ning i matematik. Det vil blive et koncentreret forløb på cirka 10 timer ugentligt i for eksempel to uger, hvor eleverne lærer at blive konstruktive læsere.⁸⁰

En konstruktiv læser:

- Danner sig et overblik over teksten før læsningen, bedømmer, hvad der findes i teksten, og hvad der skal ses nærmere på. Eleven har et mål med sin læsning.
- Ser efter, hvad der ser ud til at være vigtig information i teksten. Læser dette opmærksomt. Tilpasser læsehastighed og koncentration ud fra bedømmelsen.
- Forsøger at koble forskellige dele af teksten til hinanden og forsøger at forstå teksten i sin helhed, forsøger også at udnytte eventuelle billeder i teksten.
- Aktiverer og anvender sin forforståelse til at tolke teksten.
- Er hele tiden parat til at ændre hypoteser gennem læsning af teksten.
- Forsøger også at læse mellem linjerne for at forstå hovedindholdet i teksten.
- Forsøger at ræsonnere sig frem til forståelsen af ukendte ord og begreber.
- Anvender strategier ved eksempelvis at strege i teksten, tage notater, markere vigtige ord eller reformulere for sig selv.
- Reflekterer over sin læsning og opdager, hvad man ikke forstår.
- Ændrer strategi, når vedkommende opdager, at forståelsen ikke bliver som man håbede.
- Kan føre en tænkt dialog med forfatteren. En konstruktiv læser ved, at nogen har skrevet teksten, så man kan undre sig over, hvad forfatteren egentlig har ment.
- Overvejer, hvordan man skal anvende den nye viden, man har tilegnet sig, og hvordan den ellers passer sammen med den viden, man har i forvejen.

Ovenstående punkter kan fungere som guidelines for, hvilke elementer man kan være opmærksom på i forbindelse med faglig læsning i matematik for videre at mestre arbejdet med problemløsning i matematik med udgangspunkt i de matematikbøger eller materialer, der anvendes. Dette

⁸⁰ Sterner og Lundberg, 2002.

kan selvfølgelig være nyttigt på alle klassetrin. Det kan for eksempel være en udmærket aktivitet i forbindelse med prøveforberedende arbejde i 9. og 10. klasse.

I forbindelse med undervisningen i faglig læsning, kan det være en fordel at kopiere de afsnit fra elevernes matematikbog, der skal arbejdes med, så eleverne kan tegne og skrive i teksterne. Undervisningen kan beskrives i følgende tre faser:⁸¹

1. Eleverne skal sætte ord på, hvad det betyder for deres læseforståelse, at de kender formålet med den tekstgenre, de skal læse. De kan for eksempel:
 - Sprogliggøre, hvilke oplysninger der forventes indeholdt i teksten.
 - Finde de forskellige tekstelementer i teksten samt overveje, hvor de vigtige oplysninger befinder sig.
 - Tale om, hvordan afsnittet er struktureret.
2. Eleverne skal lære de specifikke kendetegn ved genrens organisering og de strukturelementer, der findes i den. De kan for eksempel:
 - Arbejde med et afsnit og sætte overskrifter på tekstelementerne.
 - Illustrere organiseringen i de forskellige tekstelementer, der indgår i matematikbogen.
 - Sprogliggøre den funktion, de enkelte tekstelementer har i det givne afsnit.
 - Arbejde med at sætte manglende oplysninger ind i en tekst.
 - Arbejde med at forudsige, hvad teksten handler om.
 - Arbejde med et matematisk problem. Løsningen på opgaven skrives punktvis på små kort. Disse kort lægges hulter til bulter, og eleverne skal så lægge dem i rigtig rækkefølge.
 - Arbejde med en matematisk tekst (for eksempel med noget, eleverne er blevet bedt om at læse hjemme), der skrives ud på små kort og lægges hulter til bulter. Eleverne skal så lægge dem i rigtig rækkefølge.

⁸¹ Inspireret af Jakobsen, 2005.

3. Eleverne arbejder selvstændigt eller i makkerpar med støtte fra læreren.
 - Eleverne arbejder her med at løse opgaver med udgangspunkt i den viden, de har om, hvordan deres matematikbog er bygget op, og hvordan de enkelte tekstelementer „spiller sammen“.
 - Eleverne skal selv producere et afsnit, der overholder de regler, der konstituerer deres matematikbog.

Afrunding

En undersøgelse fra OECD⁸² viser, at det kun til en vis grad er den matematikfaglige kompleksitet, der er bestemmende for sværhedsgraden af problemløsningsopgaver indlejret i tekster. Det har større betydning, på hvilken måde tal- og beregningsmæssige oplysninger indgår i teksterne.

I dette afsnit har jeg derfor søgt at argumentere for, at:

- Matematiklæreren i samarbejde med dansklæreren arbejder målrettet og systematisk med genrekendskab og faglig læsning. Det giver eleverne mulighed for at kvalificere deres kompetencer i matematik, når der skiftes fra engangsbøger til flergangsbøger.
- Læseundervisningen for nogle elever afsluttes for tidligt. Nogle elever får ikke tilegnet sig de funktionelle læsekompetencer, der sætter dem i stand til at få et tilfredsstillende udbytte af det faglige indhold i deres matematikbøger.
- Elever, der ikke lykkes i overgangen fra de færdighedsprægede engangsbøger til de læse- og forståelsestunge flergangsbøger, har behov for støtte og vejledning i, hvordan man læser en matematikbog med forståelse.
- Læsning er en nødvendig del af en tidssvarende matematisk kompetence.

82 Undersøgelsen er refereret af Undervisningsministeriet (se www.uvm.dk).