

Undersøgende samarbejde i matematikundervisning - udvikling af IC-Modellen

Helle Alrø og Ole Skovsmose

Kapitlet tager udgangspunkt i den hypotese, at kvaliteten af samtalen i matematikundervisningen hænger sammen med kvaliteten af den matematiklæring, der kan finde sted. Der er ikke nødvendigvis tale om god eller dårlig kvalitet, men forskellige kommunikationsformer kan facilitere forskellige former for læring. Vi ser kort på nogle karaktertræk ved samtalen i det traditionelle klasseværelse, på opgaveparadigmet og på, hvilke former for matematiklæring, der understøttes her. Vores fokus er imidlertid de lærings-samtaler, der kan udvikle sig, når matematikundervisningen er organiseret som et undersøgelseslandskab, hvor eleverne udforsker et matematisk emne.

Det traditionelle klasseværelse, opgaveparadigmet og gættesamtalen

Det traditionelle klasseværelse er kendetegnet ved en bestemt måde at organisere undervisningen på, som i forenklet udgave kan se således ud: Først præsenterer læreren et matematisk emne og introducerer en algoritme, som normalt følger lærebogen tæt. Derefter arbejder eleverne selvstændigt, parvis eller i grupper med løsning af opgaver fra lærebogen. Læreren går rundt og hjælper eleverne under dette arbejde, og kontrollerer om de har løst opgaverne rigtigt i overensstemmelse med facitlisten. Som hjemmearbejde skal eleverne løse flere opgaver af den pågældende type fra lærebogen.

Omdrejningspunktet for undervisningen er således opgaver og opgaveløsning – herunder korrigerende af de fejl, som eleverne laver i deres arbejde. I dette *opgaveparadigme* er der ét og kun ét rigtigt svar på et matematisk spørgsmål. Dette afspejler sig i bestemte kommunikationsmønstre mellem lærer og elever, både når der er tale om klasseundervisning, og når der er tale om, at læreren samtaler med eleverne enkelt- eller gruppevis. Samtalen er ofte struktureret i tre faser, hvor læreren stiller et spørgsmål, eleven svarer, og læreren evaluerer elevsvaret. Dette velkendte mønster har vi kaldt GHLT eller *Gæt Hvad Læreren Tænker*.⁵⁵ På den måde efterspørger læreren de på forhånd givne svar hos eleverne. I andre sammenhænge har vi diskuteret nogle af de konsekvenser, dette kommunikationsmønster kan have for elevaktiviteten i

Tak til Mie og Asger, fordi vi fik mulighed for at lytte med på deres samtale.

⁵⁵ Se Young (1992); samt Sinclair og Coulthard (1975).

klasseværelset.⁵⁶ Det viser sig nemlig, at eleverne ofte giver minimal respons på lærerens spørgsmål.

Læreren stiller f.eks. spørgsmålet: "Hvor meget er 240 divideret med 6?" Eleverne reagerer typisk med forsigtige svar som for eksempel:

- spørgsmål som svar: "Er det 40?"
- afvisning af eget svar: "Er det 40? Nej det kan ikke være 40!"
- benægtelse af baggrunden for spørgsmålet: "Det kan da vist ikke gå op."
- anmodning om hjælp: "Kan du ikke lige forklare, hvad man skal?"
- vilkårlige gæt: "40, nej 50, nej, 60!"
- ekko-svar: "Jeg har fået det samme som Peter!"
- tavshed!
- beskæftigelse med andre ting!

Et rigtigt svar afføder et "ja, rigtigt!" og et nyt lærerspørgsmål, som eleverne skal besvare osv. Når GHLT er et gennemgående mønster i matematikundervisningen, ser det ud til, at eleverne svarer instrumentelt og med så lidt som muligt. Den synlige elevaktivitet er minimal, ligesom eleverne tilsyneladende tager minimalt ansvar for deres egen læreproces. Der er således en risiko for, at mønstret GHLT kan føre til en mekanisk læringsstil, hvor eleverne koncentrerer sig mere om at gætte, hvad læreren tænker, end om det matematiske indhold.⁵⁷ Samtidig understøtter GHLT en matematikundervisning, hvor det drejer sig om at skelne mellem rigtigt og forkert og om at kontrollere elevbesvarelser af lærebogens opgaver. GHLT kan f.eks. være en fordel som styringsredskab i en urolig klasse. Og for mange elever kan der være fordele forbundet med dette mønster, fordi det er så velkendt, at det på den måde kan skabe forudsigelighed og tryghed i arbejdet. Kvaliteten af samtalen i matematikundervisningen ser således ud til at have indflydelse på kvaliteten af den matematiklæring, der kan finde sted.

En udfordring

Vi forstår læring som en aktivitet, der kun kan foretages af den lærende – alene eller sammen med andre. Læring kan ikke overføres. Undervisning må derfor handle om at tilrettelægge og skabe rammerne for at læring bliver mulig. Og for at læring kan finde sted, må den lærende påtage sig ejerskabet for læreprocessen.⁵⁸ En af de alvorligste bindinger i opgaveparadigmet og gættesamtalen ser vi i den autoritet, der udfoldes gennem lærebogen, facitlisten og lærer-elev samtalen, som begrænser elevernes mulighed for at tage ansvar, være aktive og for at påtage sig ejerskabet for deres egen

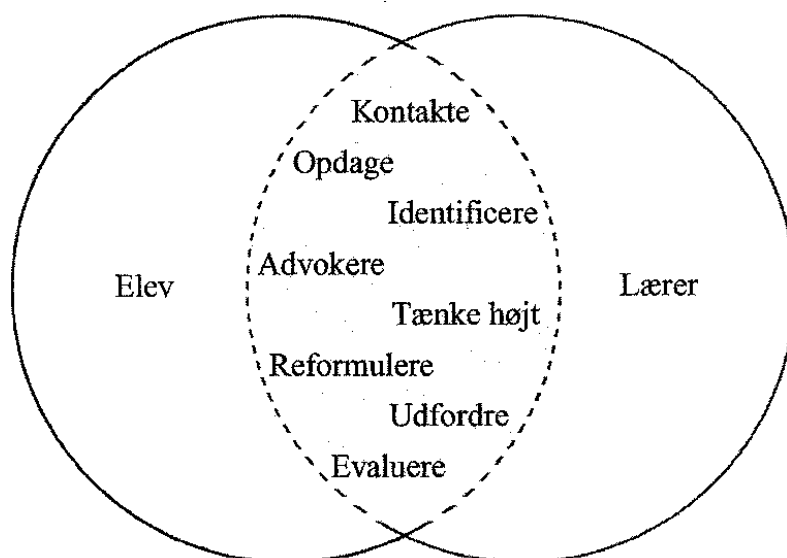
⁵⁶ Se Alrø og Skovsmose (2002). Se også Lemke (1990); og Alrø (1995, 1996).

⁵⁷ Vi har dog også observeret situationer, hvor GHLT-mønstret og elevernes vedholdende insistens på at følge lærerperspektivet, fik dem til at zoome ind på undervisningens indhold.

⁵⁸ Mellin-Olsen har ud fra et virksomhedsteoretisk perspektiv ofte påpeget denne betydning (1987, 1989).

proces. Vi vil derfor gerne udfordre opgaveparadigmet på en måde, der åbner nye muligheder for elevaktiviteter og nye former for læringssamtaler, der har en mere nysgerrigt undersøgende karakter. Vi organiserer matematikundervisningen som et undersøgelseslandskab.⁵⁹ Et undersøgelseslandskab er karakteriseret ved, at der ikke er nogen på forhånd definerede opgaver, som skal løses. Læreren sætter scenen ved at introducere nogle temaer, som eleverne kan lade sig inspirere af, men de vælger selv deres vej ind i undersøgelseslandskabet.

Vi vil se på nogle af de former for dialog, der kan optræde i et undersøgelseslandskab. Vi opfatter en dialog som en samtale med særlige kvaliteter. Vi vil især fremhæve, at en dialog er et *led i en undersøgelse*, at den er *risikovillig*, at den er *uforudsigelig*, og at den er baseret på *ligeværd*. Når vi taler om disse særlige kendetegn for en dialog, så er det bl.a. fordi ordet "dialog" bruges i mange forskellige sammenhænge. Man kan tale om, at en dialog i et teaterstykke er godt skrevet, eller at dialogen mellem ledelse og medarbejdere er brudt sammen. Det er imidlertid ikke sådanne brug af ordet, vi refererer til.



Figur 1: IC-Modellen.

I en dialog optræder forskellige "dialogiske talehandlinger", og vi vil især hæfte os ved de otte, der indgår i IC-Modellen (Inquiry Cooperation Model) nemlig: kontakte, opdage, identificere, advokere, tænke højt, reformulere, udfordre og evaluere.⁶⁰ IC-Modellen er en indikator for den dialog, der kan finde sted, når lærer og elever eller elever indbyrdes er i gang med en undersøgende proces. Når de dialogiske handlinger i modellen optræder i undervisningen, kan de give anledning til en læring med særlige

⁵⁹ Se Skovsmose (2002); samt Alrø og Skovsmose (2002).

⁶⁰ Se Alrø og Skovsmose (1999, 2002).

kvaliteter. En forudsætning for, at dette kan ske, er, at undervisningen åbner mulighed for undersøgende aktiviteter.

I det følgende vil vi beskrive et undersøgelseslandskab, hvor eleverne modtager lærerens invitation og påtager sig ansvaret for deres egen læreproces. I denne proces optræder dialogiske handlinger i stort antal, og det giver os basis for at nuancere og udvikle IC-Modellen yderligere.

Undersøgelseslandskaber og undersøgende samarbejde

Vi befinder os i 10 klasse.⁶¹ Eleverne har i den pågældende uge matematik hver dag mellem 10 og 12. Klassen forestiller sig, at den er en afdeling af det velkendte amerikanske firma "Run for Your Life", der producerer sportsartikler. Hver dag indkommer der nye ordrer og forespørgsler til den danske afdeling, og snart er klasseværelset forvandlet til et produktionsværksted, hvor materialer og støj smelter sammen til en fabrikkulisse med intens aktivitet. Der skal bl.a. produceres bolde, der består af femkanter og sekskanter. Eller hvordan er det nu en fodbold eller håndbold er syet sammen? En fodbold er større end en håndbold, men består den af flere felter, eller er felterne blot større? Og hvad er forskellen på en seniorhåndbold og juniorhåndbold? Hvis omkredsen af håndbolden er 56 cm, hvilken type er der så tale om?

Der indkommer en særlig forespørgsel fra firmaet "Batman & Co.", der er interesseret i at købe bordtennisbat. Firmaet vil gerne rekvirere et større parti, men den danske afdeling af "Run for Your Life" har desværre ikke bats på lager, så de må først indkøbes. Det kan passende gøres i Sverige, der jo har en stor tradition med hensyn til bordtennis og god erfaring med at producere bats af bedste internationale kvalitet. Det svenske firma kan sælge bats til 70 svenske kroner. Det ser ganske fornuftigt ud, da "Batman & Co." er klar til at betale 89 danske kroner pr. bat.

Men der er flere ting i sagen. Forsikringer med videre er vurderet til 1,5%. Valutakursen oplyses til at være 82,14 (der er dog en anden oplysning, der siger 81,29). Told er 8%. Overskuddet i den danske afdeling af "Run for Your Life" forventes at skulle være 25%, og man skal også regne med en moms på 25%. Så forretningen er måske ikke så simpel endda.

Mie og Asger tager plads foran en computer, åbner et regneark og giver sig i kast med problemet. Snart bliver deres verden mindre og mindre. Støjen, snakken, vitserne fra fabrikshallen diser bort. Foran står regnearket og problemet, som de koncentrerer sig om. Et regneark skulle jo lige være sagen til et sådant problem. Det må være en fornuftig idé at tage udgangspunkt i de 70 svenske kroner og så arbejde sig frem fra dette beløb. Først skal der lægges 1,5% til. Og efter lidt samarbejde når de frem til at formulere $B4 = B3 * 1,015$. Der skal omregnes til danske kroner. Mie undrer sig over

⁶¹ Det følgende eksempel er analyseret i kapitel 3 i Alrø og Skovsmose (2002). Forløbet er også beskrevet i kapitlet "Læring gennem samtale" i Alrø, Skovsmose og Skånstrøm (2003).

kursen på den svenske krone: Er den virkelig blevet så lav? Der er mange ting, der skal afklares, men efterhånden når de frem til at formulere systemet vist i Figur 2.

	A	B	C
1	KAN BRUGES	(formel)	(værdi)
2			
3	Købspris i udenlandsk valuta	70	70
4	Plus forsikring og fragt	=B3*1,015	71,05
5	Valutakurs	81,29	81,29
6	I alt i danske kroner	=B4*B5/100	57,756545
7	Plus told 8%	=B6*1,08	62,377069
8	Fortjeneste i %	25	25
9	I alt	=B7+B7*B8/100	77,97133575
10	Moms 25%	=B9*0,25	19,49283394
11	Samlet pris	=B9+B10	97,46416969

Figur 2: Mie og Asgers "brugbare" løsning.

Umiddelbart er det ikke muligt at lave forretning med "Batman & Co.", da dette firma højst ville betale 89 danske kroner pr. bat. Som beregningerne viser, så ville man skulle forlange næsten 97,50 kr. Eller hvad? Skulle man forlange 97,50 eller blot 97,4641... da der jo er tale om køb af mange bats? Hvor mange decimaler er det egentlig relevant at tage med her?

Måske er disse tanker ikke helt Mie og Asgers, men læreren har tænkt dem, og han kommer netop forbi i samme øjeblik. Hidtil har Mie og Asger arbejdet ganske koncentreret på egen hånd. Der opstår lidt snak frem og tilbage om antallet af decimaler, og derpå er Mie og Asger klar til at gå videre med tingene. For der er noget, der skal afklares angående forskellen mellem de beregnede 97,50 og så tilbuddet på 89 danske kroner fra "Batman & Co.". Et eller andet må korrigeres. Mie og Asger føler sig distraheret af lærerens spørgsmål om de mange decimaler. Historien ender imidlertid med, at læreren fremhæver, at han heller ikke er klar over, hvordan man egentlig bedst håndterer de mange decimaler.

Mie og Asger skal nu til at have glæde af regnearket. De kan begynde at eksperimentere. Man kunne måske give afkald på noget af overskuddet? Eller skulle man give det svenske firma et andet tilbud? Måske kunne man vente til kursen ændrede sig – men hvad skulle kursen da være ændret til? Det må da være helt urealistisk at håbe på et større kursfald, nu da både Danmark og Sverige er med i EU. Skulle man overveje et andet tilbud, eksempelvis fra Brasilien? Her kunne man måske endda realistisk håbe på, at valutaen Real ville falde markant? Det er måske også lettere at presse et firma fra Brasilien i prisen? Men så ville udgifterne til fragt stige. Der er mange muligheder, og Mie og Asger overvejer blot nogle af dem.

Læreren introducerer et nyt forslag. Man kan jo sådan set "vende regnearket på hovedet". Så kunne man starte med den pris, man kunne sælge et bat til, nemlig de 89

kroner, og så kunne man regne frem til det tilbud, man kunne give firmaet. Det ville samtidig være ganske let at justere regnearket til de forskellige situationer, afhængigt af om firmaet skulle være svensk, norsk eller brasiliansk. Det tager lidt tid for Mie og Asger at forstå denne idé, men efter en del modvilje ser de mulighederne og tager udfordringen op. De går i gang med at konstruere det omvendte regneark. Men det er ikke let at få begyndt. Der er noget, der snyder den sunde fornuft. Hvis man skal starte bagfra, så må man jo starte med at fjerne momsen. Og da man lægger momsen til som det sidste, så må den skulle trækkes fra som det første. Spørgsmålet er så, hvordan dette kan stilles op. Kunne det være noget i retning af:

$$B2 = B1 - 0,25?$$

Der er klart nok ikke nogen fremtid i denne formel. Momsen skal trækkes fra, men der kunne måske stå noget med gange, eller kunne det egentlig ikke være noget med division? Mie er inde på, at man kunne dividere med 1,25, men det afviser Asger, og Mie fastholder og undersøger ikke sin ide.

Med møje og besvær får Mie og Asger opstillet et regneudtryk, der kører efter formelideerne:

$$B2 = B1 - 0,25 * B1$$

$$B3 = B2 - 0,25 * B2$$

$$B4 = B3 - 0,08 * B3$$

Det hele er dog skrevet ud i samme linie i regnearket, da læreren kommer forbi igen. Det tager ikke lang tid for ham at se, at der er noget, der vil ende galt i det system, Mie og Asger konstruerer. Læreren kunne overveje at lade eleverne fortsætte og gøre systemet færdigt, så de efter at have eksperimenteret med tallene kunne opleve, at der var noget galt. Dette kunne så anspore dem til at revidere deres tænkning. Men der er også andre ting, der gør sig gældende. Kl. 12 samme dag starter udflugten til Eksperimentariet. Bussen vil holde og vente. Der kan være en ide i her og nu at bringe Mie og Asger til at genoverveje princippet i det, de laver.

Læreren vælger at gribe ind. Men Asger og Mie er ikke specielt interesserede i at blive afbrudt og forstyrret. Tingene er jo vanskelige nok i forvejen! Læreren sætter sig imidlertid, og Mie vender halvt ryggen til ham. Læreren vil gerne gribe fat i det forhold, at selv om momsen, vi lægger til, er 25%, så er den procentsats, der skal trækkes fra for at ophæve momsen ikke 25, men 20. Han prøver at illustrere med et eksempel. Hvis noget koster 40 kroner, og der lægges 25% moms til, så bliver prisen incl. moms 50 kroner. Lad os nu prøve at fjerne momsen. Så går det jo ikke at tage 25% af de 50 kroner. Momsen på 10 kroner udgør jo kun 20% af de 50 kroner. Mie og Asger fanger ideen. De får også fat i ideen i udregningen

$$0,25/(1 + 0,25) = 25/125 = 20\%$$

samt i:

$$0,08/(1 + 0,08) = 8/1,08 = 0,074$$

Der er faktisk ikke langt til, at de har fat i den generelle ide, at den inverse procentsats til x kan beregnes som:

$$x/(1+x)$$

Der kommer gang i beregningerne. Læreren forsvinder ud i fabrikshallen, og Mie og Asger koncentrerer sig om de næste skridt i regnearket. De når frem til situationen vist i Figur 3.

	A	B	C
1	GENIAL GOD	(formel)	(værdi)
2			
3	Højst betale	89	
4	Moms	=B3*0,2	17,8
5	I alt	=B3-B4	71,2
6	Fortjeneste	=B5*0,2	14,24
7	I alt	=B5-B6	56,96
8	Told	=B7*0,074	4,219259
9	I alt	=B7-B8	52,74074
10	Kurs på udenlandsk valuta	81,29	81,29
11	Udenlandsk valuta	=B9/B10*100	64,87974
12	Forsikring og fragt	=B11*1,5/101,5	0,958814
13	Max. pris i udenlandsk valuta	=B11-B12	63,92093

Figur 3: Mie og Asgers "genial gode" løsning.

Tiden er gået. Alle er glade. Mie og Asger klapper hænderne sammen som efter en altafgørende scoring i en håndboldkamp. Læreren smiler og bekræfter, at de har været genialt gode. Og bussen holder allerede for døren.

Eleverne har fundet vej gennem det undersøgelseslandskab, der blev introduceret af læreren. Eleverne modtog invitationen og påtog sig ejerskabet for læreprocessen. Det meste af tiden var de optaget af undersøgelser, der bragte processen fremad, men sommetider for de vild i landskabet. Heldigvis dukkede læreren op og udfordrede dem, så de kunne finde en farbar vej. Et undersøgelseslandskab kan således understøtte læringsaktiviteter, der er undersøgende, uforudsigelige, risikofyldte og ligeværdige. Et undersøgelseslandskab kan understøtte læring med dialogiske kvaliteter. I det følgende vil vi præcisere, hvordan disse kvaliteter kan iagttages i elevernes kommunikation med hinanden og med læreren.

IC-Modellen

Forløbet har været båret frem af samtaler. I lange perioder mellem Mie og Asger indbyrdes, sommetider med læreren som deltager. Flere gange er han brudt ind i Mie og

Asgers samtale. Det har været en udfordring. Han har også forladt samtalen igen, hvor Mie og Asger har bibeholdt ejerskabet til undersøgelsesprocessen. Vi vil nu bruge eksemplet til at nuancere begreberne i IC-Modellen og til at diskutere deres kommunikative og læringsmæssige kvaliteter.

Kontakte

Den følgende sekvens fandt sted, efter at læreren havde foreslået ideen om det omvendte regneark. Selv om Mie og Asger i første omgang opfattede dette forslag som en uvelkommen afbrydelse også af kontakten mellem dem, så blev situationen vendt til en udfordring, som de accepterede, og kontakten blev genoprettet.

Asger: Så laver vi bare et nyt.

Læreren: Skal vi gøre det?

Mie: Skal vi prøve det... kan vi så ikke bare... kan man så ikke gå ind og ændre på denne her?

Asger: Så kan vi bare gå ind og ændre kursen og...

Mie: ...sådan at vi går op og siger, den der øh... den der skal lige... et eller andet der?

Læreren: Prøv ad!

Mie: Ja, skal vi prøve det?

Kontakte i betydningen at "tune" ind på sin samarbejdspartner og sætte sig ind i dennes perspektiv er en forudsætning for at kunne samarbejde. Vi forstår kontakt som det at *være til stede og være opmærksom* i forhold til hinanden og til hinandens forskellige bidrag. Kontakt i den forstand er med til at etablere en positiv relation mellem parterne, der gør dem åbne for at samarbejde. Mie og Asger var i stand til at opretholde kontakten gennem det meste af forløbet. Det kan specielt ses i deres *undersøgende spørgsmål, påhængsspørgsmål og gensidige bekræftelse* – og ikke at forglemme i deres *humor og fælles grinen*.

En gang imellem mistede de imidlertid kontakten, som når en af dem midlertidigt stod af eller overlod initiativet til den anden, eller når de fik problemer med computeren og begyndte at skændes. Det samme gælder med hensyn til læreren i forhold til Mie. Han undlod at sætte sig ind i, hvor langt eleverne var kommet, før han fremsatte sine egne ideer, og det fik Mie til at ignorere hans spørgsmål, afbryde ham og opponere mod hans forslag. Manglen på kontakt blev således en hindring for samarbejdet. Det omvendte var tilfældet, da læreren viste sin egen tvivl, hvor kontakten mellem ham og Mie skabte nye åbninger for undersøgelsen. Da han senere præsenterede ideen med det omvendte regneark, tog Mie og Asger udfordringen op og påtog sig ejerskabet for processen. Etablering af kontakt er vigtig for at kunne påbegynde et samarbejde, men det er samtidig en proces, der udvikler sig løbende. På den måde opfatter vi både etablering af kontakt, opretholdelse og genetablering af kontakt som

dialogiske handlinger, der hjælper med at opretholde det undersøgende samarbejde som en kollektiv proces.

Opdage

Asger: Valutakurs, så skriver man valutakursen der, ikke?

Mie: Nej, så skriver man vel 70, og så er det plus kursen, er det ikke?

Asger: Hvad nu hvis det er en anden kurs... og ikke 70 kr.?

At *opdage* betyder at finde ud af noget, man ikke vidste eller var klar over før. Lærer og elever kan forsøge at opdage eksisterende eller nye perspektiver og forståelsesmåder ved at stille *undersøgende spørgsmål*, dvs. spørgsmål, der udtrykker en undren, og spørgsmål der ikke er noget givet svar på. At opdage gennem samarbejde betyder at udtrykke og synliggøre perspektiver på samtalens overflade. Det drejer sig om at *udforske og afprøve muligheder*. At opdage er at *zoome-ind* på et emne i stedet for at afvise det, f.eks. ved at spørge til og udforske en algoritme, der på forhånd så ud til at være ubrugelig.

Hypotetiske spørgsmål som "*hvad-nu-hvis*"-spørgsmål kan tolkes som parathed til at gøre nye opdagelser. Læreren kan invitere eleverne ind i et undersøgelseslandskab ved hjælp af hypotetiske spørgsmål. Vi har set mange eksempler på, at læreren kan facilitere elevernes opdagelser gennem et hypotetisk spørgsmål, som følges op af elevernes *undrende, udvidende, afklarende spørgsmål*. Denne gensidige spørgen ser ud til at kunne lokalisere nye perspektiver og belyse allerede eksisterende perspektiver. Og når eleverne selv begynder at stille hvad-nu-hvis-spørgsmål, kan det ses som et udtryk for, at de har overtaget ejerskabet af processen. At opdage er således tæt knyttet til ejerskab.

Mie og Asger gjorde sig store anstrengelser for at opdage hinandens perspektiv. De stillede mange spørgsmål, der udvirkede forklaringer, *hypotetiske spørgsmål, checkspørgsmål* og bekræftelse. De problematiserede ofte deres egne forslag, undersøgte dem og enedes om at afvise eller godtage dem. Opdagelser aktiverer således også andre undersøgende elementer. Det så vi f.eks. i deres overvejelser over, hvordan man kan omregne 70 svenske kroner til danske, når det skal sættes op i regnearket. Måske skulle man tilføje kursen? Det var en mulighed. Men hvad nu hvis prisen ikke var 70 kroner, og kursen noget helt andet? En ændring i tallene ville ikke gøre nogen forskel med hensyn til regnearket, men Asgers hvad-nu-hvis formuleringer havde alligevel en vigtig funktion. Da Mie foreslog at skrive tallene og så "plus kursen", tilføjede hun "er det ikke?". Med denne forsigtighedsmarkør signalerede hun, at der var flere ting, der kunne undersøges. Hypotetiske spørgsmål kan imidlertid have andre funktioner end de undersøgende. De kan være ironiske, kontrollerende, distancerende eller simpelthen irrelevante. Funktionen afhænger af, hvordan de bliver brugt i konteksten. De hypotetiske spørgsmål må derfor være forbundet med en undren og en åbenhed, for at de kan fungere som dialogiske elementer i forhold til undersøgelsen. En sådan grundlæggende

undrende forholdemåde må også gælde for de øvrige elementer i modellen, for at de kan fungere i en undersøgende proces.

Hvis man er involveret i en åben undersøgelsesproces, indebærer det en risiko for, at nogle opdagelser ignoreres, måske fordi man kommer til at fokusere på andre. Det gælder f.eks. også, når eleverne afviser forslag uden argumentation, og inden de er undersøgt. I gruppearbejde er læreren kun sjældent til stede, og det betyder, at han ikke kan fastholde spændende elevforslag, alene af den grund at han ikke har hørt dem. Fagligt relevante perspektiver risikerer således at blive overset – de opdages simpelthen ikke. Dette understreger betydningen af lærerens tilstedeværelse i en undersøgende proces.

Identificere

- Asger: Hvad der skal stå der? Der skal stå... Ja men momsens er 25%
- Mie: Ja men det der i alt tal, ikke? Det skal være minus 25%. 89 minus 0,25 gange (uf)
- Lærer: Hvor meget er momsens ud af et helt beløb?
- Asger: en fjerdedel.
- Mie: 5...25%.

Ved at opdage og udforske perspektiver bliver det muligt at *identificere* et fagligt indhold og gøre det synligt for alle deltagere i undersøgelsen. Derved kan det bruges som ressource for den videre undersøgelse. Sommetider kan deltagerne reformulere og ændre udregninger for at identificere et matematisk problem, og på den måde begynder de at *udkrystallisere matematiske ideer*. Hermed menes, at de identificerer matematiske principper, som udspringer af deres fælles opdagelser.

Et hvad-nu-hvis-spørgsmål kan således følges op af et *hvorfor-spørgsmål*. Mens hvad-nu-hvis-spørgsmål i mange tilfælde kan relateres til at opdage, så kan hvorfor-spørgsmål ofte relateres til identificering af en matematisk idé. I vores eksempel hjælper læreren således Mie og Asger med at identificere principperne for det omvendte regneark ved at spørge, hvorfor mon momsprocenten skal ændres, når man regner baglæns. Hvorfor-spørgsmål er vigtige for at kunne udkrystallisere matematiske ideer. Men hvis hvorfor-spørgsmål ikke stilles med en åben og undrende attitude, kan de meget let afkodes og fungere som kontrol og stoppe elevernes refleksionsproces i stedet for at stimulere den nysgerrigt undersøgende aktivitet.

Det er ikke kun matematiske ideer, der kan identificeres ved hvorfor-spørgsmål. Det gælder for udforskning af perspektiver og ideer i bred forstand, som kan gøres til genstand for nærmere udforskning.

Advokere⁶²

Mie fremsatte følgende forslag, da hun og Asger skulle i gang med det omvendte regneark, og momsens, som de før havde lagt til i procent, nu skulle trækkes fra i procent.

Mie: Jo, ellers skulle vi sige divideret med 1,25 ikke?

Læring tager afsæt i noget, man allerede ved og kan. Hvis der er flere lærende, der samarbejder, er det vigtigt at etablere et intersubjektivt fællesskab om det, man allerede ved og kan. Det kræver, at man har en perspektivbevidsthed – dvs. en bevidsthed om, at der eksisterer forskellige perspektiver, og at disse perspektiver hver især kan bidrage som ressourcer i en argumentation. Dette gør det vigtigt at kunne *fremsætte synspunkter, ideer og forslag til undersøgelse* samt *advokere* for sådanne. Advokeren kan bidrage til at etablere en fælles forståelse af et perspektiv.

At advokere betyder at udtrykke det, man tænker, og samtidig være villig til at undersøge og *suspendere sine forståelser og forforståelser*. At advokere omfatter således *kollektiv refleksion* med det formål at afklare, hvad en given forståelsesmåde indebærer. Dette er ikke det samme som at påstå og at overbevise nogen om, at man har ret. At advokere er at åbne nye perspektiver og muligheder ved at undersøge, hvordan man eventuelt kunne underbygge disse.

At advokere giver mulighed for at fokusere og dvæle ved en idé, inden den bliver godtaget eller afvist. Det har vi set mange eksempler på i forløbet med Mie og Asger, og det så ud til at fremme deres refleksionsproces. Omvendt observerede vi også eksempler på, at det kunne have været ønskeligt med mere advokeren – som f.eks. da Mie kom med et forslag om at dividere med 1,25 for at udregne momsens, når den skulle trækkes fra, hvilket kunne have bragt deres undersøgelse i en ny og måske mere konstruktiv retning. Men Asger var ikke parat til at medreflektere forslaget. Første gang Mie foreslog at dividere med 1,25, så det ikke ud som om, han overhovedet hørte, hvad hun sagde, og anden gang svarede han: “Nej, men prøv lige at se her”, og fremlagde derefter sin egen ide.

Mie advokerede ikke sit forslag, ud over at hun fremsatte det to gange. Hvis Asger havde vist interesse for forslaget, kunne de sammen have undersøgt, hvor ideen kunne føre hen. Han kunne f.eks. have spurgt: Hvorfor tror du det? Skulle vi prøve det? Det kunne således se ud, som om Asger afbryder dialogen ved at trumfe sin egen idé igennem. Men det er nok en forsimplet konklusion. Asger kunne være optaget af andre ideer, der krævede hans fulde opmærksomhed. Det kunne også ses som en forberedelse til at advokere et input til den fælles proces. Episoden er derfor et eksempel på den risiko, der er indeholdt i enhver dialog. En dialog er en undersøgende proces, og det er vigtigt, at eksisterende perspektiver bliver bragt ind i processen som ressourcer for læring. Når det ikke sker, er der risiko for, at vigtige læringspotentialer går tabt.

⁶² “Advokere” er vores oversættelse af det engelske “advocacy”, se Isaachs (1999).

Tænke højt

- Asger: Så skriver man der, hva' ... hvor meget fortjeneste i procent det skal være, ikke?
- Mie: Og så skriver man 25%?
- Asger: Ja nemlig, så skriver man [5 sek.] i alt... og der skriver man lig med...
- Mie: ... den der, ikke?
- Asger: Den der.
- Mie: Plus fortjeneste, ikke?

At tænke højt vil sige udtrykke sine tanker, ideer og følelser, mens man er i gang med at undersøge. At tænke højt kan forstås som en særlig måde, hvorpå det man har indeni kan *gøres offentligt* og dermed tilgængeligt som ressource i samtalen. At italesætte impulsive indfald gør f.eks. perspektiver synlige og tilgængelige for den kollektive undersøgelse. Nogle *hypotetiske spørgsmål* fremtræder næsten som højtænkning og fungerer som invitation til yderligere undersøgelse.

Det er muligt at lære ved at *italesætte* ideer og ved at høre ideer blive italesat. Gennem italesættelse bliver ideerne synlige og tilgængelige for udforskning af det, der ligger bag. Vi bruger "learning by talking" som begreb for denne dialogiske proces, hvor deltagerne undersøger og udvikler deres forståelser og forforståelser af det, de undersøger. "Learning by talking" er altså ikke bare hvilken som helst tale og samtale, men en samtale med dialogiske kvaliteter.

Reformulere

- Asger: Det kan vi da godt. Vi kan gå ind i formlen.
- Mie: Vi kan gå ind i formlen og ændre det?

At reformulere vil sige at *gentage* det, der er blevet sagt, måske med et lidt andet tonefald. At reformulere kan således være det samme som at *parafrasere*, hvilket kan være medvirkende til at fokusere opmærksomheden på nøgleudsagn eller ideer. Parafrase kan også fungere som bekræftelse af, at man har hørt, hvad den anden har sagt eller som en invitation til at uddybe en ide. På den måde kan deltagerne bekræfte en gensidig forståelse, eller de kan omvendt blive klar over perspektivforskelle, der trænger til en afklaring. At reformulere er således et vigtigt element i dialogen, hvor deltagerne følger hinanden tæt med henblik på at forstå hinanden og skabe nye forståelser sammen.

Da Mie og Asger sad over for det omvendte regneark, var de nødt til at gøre noget. De kunne "gå ind i formlen", som Asger foreslog. Ja, de kunne "gå ind i formlen og ændre den", som Mie tilføjede. Mie reformulerede Asgers forslag, og viste på den måde sin interesse for og accept af det. Ved at gentage forslaget blev det holdt frem i lyset og gjort tydeligt. De var sammen om ideen. Både formuleringen og reformu-

leringen indeholdt en portion usikkerhed. En usikkerhed de var fælles om. At dele en usikkerhed og undersøge den kan indeholde lige så mange potentialer for læring som fælles opdagelser og konklusioner.

En reformulering kan initieres ved hjælp af et check-spørgsmål, som kan bruges til at finde ud af, om man har forstået hinanden rigtigt, eller om det man forestiller sig kunne være tilfældet. Check-spørgsmål kan være et redskab til at afklare indhold og relation i samtalen, hvilket har stor betydning for enhver undersøgelse. Et andet fænomen, der er tæt forbundet med reformulering, består i at *fuldende hinandens ytringer*. Det kan være et udtryk for, at parterne indlever sig i hinandens perspektiv så meget, at de er i stand til at tænke med på, hvad den anden vil sige. En støtte for denne tolkning er, at den andens færdiggørelse af ytringen bliver bekræftet af den, der påbegyndte den. En overtagelse af ordet kunne nemlig også have den modsatte funktion, hvis den der fuldfører ytringen oversætter til eller tilføjer sin egen forståelse.⁶³

Reformuleringer har en væsentlig emotiv funktion, fordi de signalerer, at det sagte er blevet hørt og fundet betydningsfuldt nok til at blive holdt frem i lyset på ny. Heri ligger implicit en anerkendelse af den anden og dennes perspektiv. På den måde kan reformuleringer være med til at sikre *opretholdelse af kontakten* i den undersøgende samtale.⁶⁴ Denne brug af reformulering er væsentlig i Mie og Asgers dialog.

Udfordre

Den væsentligste udfordring i Batman-projektet blev initieret af læreren, da han foreslog ideen om det omvendte regneark.

Læreren: Kunne man øh... kunne man lave regnearket, så man fra starten taster den danske krone ind? Altså ligesom vende det hele på hovedet?

Asger: Du siger... at så meget vil vi betale?

At udfordre vil sige at forsøge at stille spørgsmål ved allerede opnåede erkendelser eller fastlåste forståelser. Et advokeret forslag kan f.eks. udfordres gennem *hypotetiske spørgsmål* som "hvad-nu-hvis?" Det var ikke lige præcis lærerens ordvalg, da han fremsatte sin ide. Han brugte det hypotetiske udtryk "Kunne man...". Vi har tidligere bestemt hvad-nu-hvis-spørgsmål som opdagelse-elementer, og det at opdage nye alternative perspektiver kan være en stærk udfordring. Udfordringer og hypotetiske spørgsmål kan betyde *udforskning af alternative muligheder*. Det var f.eks. det, der

⁶³ Kristiansen og Bloch-Poulsen (2000) og Kristiansen og Alrø (2002) forklarer dette med begrebet "selvreferentialitet", som udtrykker et grundvilkår i menneskelig kommunikation. Det betyder, at vi er tilbøjelige til at oversætte det nye og fremmede hos andre til vores egne kendte forforståelser og forholdemåder. Undersøgende dialog handler derfor om at kunne forholde sig til selvreferentialiteten og forsøge at flytte fokus til den anden og det, der sker imellem parterne med henblik på at skabe refleksion og læring.

⁶⁴ Det gælder ikke, hvis reformuleringen tilføjes et nedladende tonefald.

skete i vores eksempel, da læreren spurgte: "Altså ligesom vende det hele på hovedet?", hvor Mie opgav sin modstand og begyndte at tænke med på det nye perspektiv.

Afklaring af perspektiver er en forudsætning for at kunne udfordre dem. En af grundene til Mies modstand kunne således være, at denne forudsætning ikke var til stede. Måske havde hun ikke fornemmelsen af, at læreren var klar over, hvor i processen eleverne befandt sig, da han foreslog sit alternativ. Derfor afviste hun udfordringen ved at afbryde læreren og forsvare sin egen position. En anden mulighed kunne være, at Mie faktisk har forstået, at deres første regneark udmærket kan bruges til at finde den højeste indkøbspris ved at prøve sig frem. Det er jo en kvalitet ved regnearksmodellen, at det muliggør en sådan eksperimenteren. Egentlig er det lidt overraskende, at Asger og Mie går med på at lave et nyt ark, når de de har lavet faktisk afklarer situationen.

En udfordring kan komme til udtryk i form af ny advokeren eller gennem undersøgelse af perspektiver, der ellers tages for givet. Udfordringer kan relateres såvel til den andens som til ens eget perspektiv. En betingelse for, at en udfordring kan blive en succes er, at nogen griber den. Vi så i eksemplet, hvordan eleverne ikke i første omgang var villige til at gribe lærerens udfordring. Men vi så også, hvad der skete, da Mie og Asger indså, at "vende det hele på hovedet" kunne være en spændende vej at gå. De påtog sig ejerskabet, og udfordringen blev *et vendepunkt i deres undersøgelse*. Andre udfordringer er temmelig sikkert blevet ignoreret, som f.eks. da Mie foreslog division for at løse momsproblemet i det omvendte regneark.

Evaluere

Mie: Nå skal vi opgive det her?

Asger: Ja, nej vi gemmer den, gør vi ikke?

Mie: Jo, det er faktisk meget spændende, vi har været ret kloge, synes du ikke?

At evaluere kan foregå på mange måder. Man kan korrigere fejl, give *negativ kritik eller konstruktiv feedback, gode råd, ubetinget opbakning, bekræftelse og ros*. Listen er ufuldstændig. I eksemplet med Mie og Asger så vi, hvordan læreren roste deres indsats, men også hvordan de selv overtog ejerskabet for evalueringen: "Vi har været ret kloge, synes du ikke?" som Mie sagde til Asger, efter at de havde udråbt deres omvendte regneark til at være "genial god". De jublede og klappede og erklærede, at den dag havde de virkelig lært noget.

Udvikling af IC-Modellen

Vi vil karakterisere en læring og en undervisning som dialogisk, når der i processen optræder mange dialogiske talehandlinger. De otte dialogiske handlinger indgår i det, vi omtaler som IC-Modellen. Disse handlinger eller flere af dem optræder i forskellige kombinationer, når parterne er i gang med en fælles undersøgende proces. Det betyder imidlertid ikke, at der ikke kunne indgå andre dialogiske handlinger. Når vi har

interesseret os for disse otte, skyldes det først og fremmest, at de ofte optræder i sammenhæng. Eksemplet med Mie og Asger har givet anledning til at nuancere modellen, idet vi her har iagttaget forskellige dialogiske handlinger, der relaterer sig til modellens grundelementer.

Kontakte kan præciseres med begreberne: tune ind, være opmærksom, være til stede, støtte, bekræfte, bruge humor, stille undersøgende spørgsmål og påhængsspørgsmål.

Opdage omfatter muligheden for at stille undersøgende, undrende, udvidende, opklarende spørgsmål, stille check-spørgsmål, udforske og afprøve muligheder samt stille hypotetiske spørgsmål: "hvad-nu-hvis".

Identificere indebærer at stille "hvorfor-spørgsmål", forklare og udkrystallisere matematiske ideer

Advokere betyder at fremsætte synspunkter, ideer og forslag til undersøgelse, at suspendere forforståelser og at reflektere kollektivt.

Tænke højt vil sige at stille hypotetiske spørgsmål, at italesætte, at gøre offentligt.

Reformulere kan også forstås som det at gentage, parafrasere, fuldende hinandens ytringer samt opretholde kontakt.

Udfordre indebærer at kunne stille hypotetiske spørgsmål, udforske alternative muligheder og at introducere et vendepunkt i en undersøgelse.

Evaluerer kan optræde som konstruktiv feedback, bekræftelse, ros, ubetinget opbakning, kritik.

IC-Modellen indeholder altså i princippet mange flere elementer end de otte, som vi imidlertid kalder grundelementer, fordi de øvrige elementer relaterer sig til dem og kan ses som en præcisering af dem. Fælles for alle elementer – også for de nye – er at de er dialogiske handlinger, dvs. de kan karakteriseres som undersøgende, risikofyldte og ligeværdige. Modellen er ikke en opskrift på, hvordan man kan føre dialoger i undervisningen, men et indicium for, om der foregår et dialogisk samarbejde og hvordan.

Dialogisk læring

Læring kan ikke observeres umiddelbart, men italesættelser giver mulighed for at få indblik i læreprocessen. Elementerne i IC-Modellen – også i den udvidede form – er alle udtryk for verbale og non-verbale handlinger, som kan understøtte en undersøgende læreproces. Man kan også sige, at de er udtryk for talehandling og læringshandling i eet, og som sammenfatter det, vi har kaldt for "learning by talking". Men det drejer sig ikke om vilkårlige tale- og læringshandling. Det drejer sig om tale- og læringshandling med særlige kvaliteter, som vi betegner som dialogiske kvaliteter.

Dialogen er netop en undersøgende samtale. Den er uforudsigelig i og med, at svar og resultater ikke er givet på forhånd. Det medfører mulighed, men også risiko for at komme et nyt sted hen, hvor det er nødvendigt at kunne rumme midlertidig usikkerhed. Men helt grundlæggende er dialogen en samtale, der finder sted mellem

parter, der ønsker at blive klogere sammen – at lære sammen. Dialogiske kvaliteter er således indeholdt i undersøgende, uforudsigelig, risikofyldt, læringsorienteret virksomhed. På den måde kan dialog og dialogisk læring finde sted i mange sammenhænge og ikke kun i en skolekontekst.

Hvis man kan observere en læreproces, hvor dialogiske handlinger optræder gennemgående, vil vi tale om dialogisk læring. Forløbet med Mie og Asger er således et eksempel på dialogisk læring. Dialogisk læring har dårlige betingelser i opgaveparadigmet og det traditionelle klasseværelse. Det betyder ikke, at der ikke finder læring sted her, men læringen har andre kvaliteter. Dialogisk læring kan trives i undersøgelandskaber, som netop giver frihed til at definere forskellige veje og stier, som kan føre nye og ukendte steder hen, men som også er forbundet med en risiko for at fare vild eller ende i en blindgyde.

Vi har observeret elementerne i IC-Modellen både i forhold til lærer-elev og elev-elev samtalen. Elementerne optræder ikke i nogen bestemt rækkefølge, men de ses gentagne gange i forskellige mønstre og kombinationer. Når de optræder, ser de ud til at have stor indflydelse på både lærerens og elevernes muligheder for at producere nye erkendelser sammen. Samtidig er det vigtigt at være opmærksom på, at IC-elementerne ofte optræder sporadisk eller glimtvis. De er sjældent til stede i en hel undervisningstime eller i et helt samarbejdsforløb. Dialogiske læreprocesser kan meget nemt afbrydes af uenigheder, fastlåsning af ideer, mangel på udfordringer, forsøg på overbevisning, gætteleg og andre forhold, som er helt almindelige i samtaler. Den nysgerrigt undersøgende dialogiske læreproces er sårbar.

I en skolekontekst kan der til tider være grunde til ikke at forholde sig dialogisk. En lærer er ansvarlig for undervisningen og for et fagligt indhold på et passende niveau. Hurtige beslutninger kan være nødvendige og afskære en dialog. Derudover må en del af undervisningen bestå i instruktion, forklaring og andre input fra læreren. Endelig giver skolekonteksten og de indarbejdede rutiner i sig selv ikke specielt gode betingelser for den undersøgende dialog.

Vi ser ikke undersøgelandskaber og undersøgende samtaler som didaktisk universalmiddel, eller som noget, der skal erstatte andre undervisnings- og læringsaktiviteter. Det skal ses som en udfordring og som et supplement, der kan bringes i spil i kontekster, hvor man ønsker at tilsidesætte rutinerne og ser en fordel i at facilitere undersøgende læreprocesser.

Referencer

- Alrø, H. (1995). I forlanger for lidt af jer selv. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 3(2), 7-27.
- Alrø, H. (1996). Disciplin eller dialog. I: H. Alrø (red.), *Organisationsudvikling gennem dialog* (211-243). Aalborg: Aalborg Universitetsforlag.

- Alrø, H. og Skovsmose, O. (1999). Samtalen som et støttende stillads. I: Hansen, J. T. og Nielsen, K. (red.), *Stilladsring: En pædagogisk metafor*. Århus: Forlaget Klim.
- Alrø, H. og Skovsmose, O. (2002). *Dialogue and learning in mathematics education: Intention, reflection, critique*. Dordrecht: Kluwer.
- Alrø, H., Skovsmose, O. og Skånstrøm, M. (2003). Læring gennem samtale. I: Skovsmose, O. og Blømhøj, M. (red.), *Kan det virkelig passe? – om matematiklæring (25-37)*. København: LR Uddannelse.
- Isaacs, W. (1999). *Dialogue and the Art of Thinking Together*. New York: Doubleday.
- Kristiansen, M. og Bloch-Poulsen, J. (2000). *Kærlig rummelighed i dialoger: Om interpersonel organisationskommunikation*. Aalborg: Aalborg Universitetsforlag.
- Kristiansen, M. og Alrø, H. (2002). Kommunikation som opbygning af relationer og læringsrum: mellem selvreferentialitet og dialog. I: O. Løw og E. Svejgaard (red.), *Psykologiske grundtemaer*. København: KvaN.
- Lemke, J. L. (1990). *Talking science: Language, learning and values*. New Jersey: Ablex Publishing Corporation.
- Mellin-Olsen, S. (1987). *The politics of mathematics education*. Dordrecht: Reidel.
- Mellin-Olsen, S. (1989). *Kunnskapsformidling*. Bergen: Caspar Forlag.
- Sinclair, J. M. og Coulthard, M. (1975). *Towards an analysis of discourse*. London: Oxford University Press.
- Skovsmose, O. (2002). Landscapes of investigation. I: L. Haggarty (red.), *Teaching mathematics in secondary schools: A reader (115-128)*. London: Routledge Falmer.
- Young, R. (1992). *Critical theory and classroom talk*. Clevedon: Longdun Press Ltd.