

Det allt övergripande målet är att eleverna skall få möjlighet att erhålla matematiska begrepp, grundade på förståelse. Detta måste ske innan de övergår till den abstrakta symbolframställningen. Men för många är matematik just siffror och andra symboler. Det gäller att räkna i boken och vända blad.

Samtal och diskussioner och även laborativa övningar anses av många (även lärare) som något man inte har tid med. ”Då hinner man ju inte med boken”, är en alltför vanlig kommentar. Först då man arbetar i den är det ”riktig” och viktig matematik. Boken blir tyvärr på så sätt mycket lätt en ”måttstock” både för lärare, elever och föräldrar. Den kan också bli ett stressmoment då man upptäcker att det verkar svårt att hinna med hela antalet sidor.

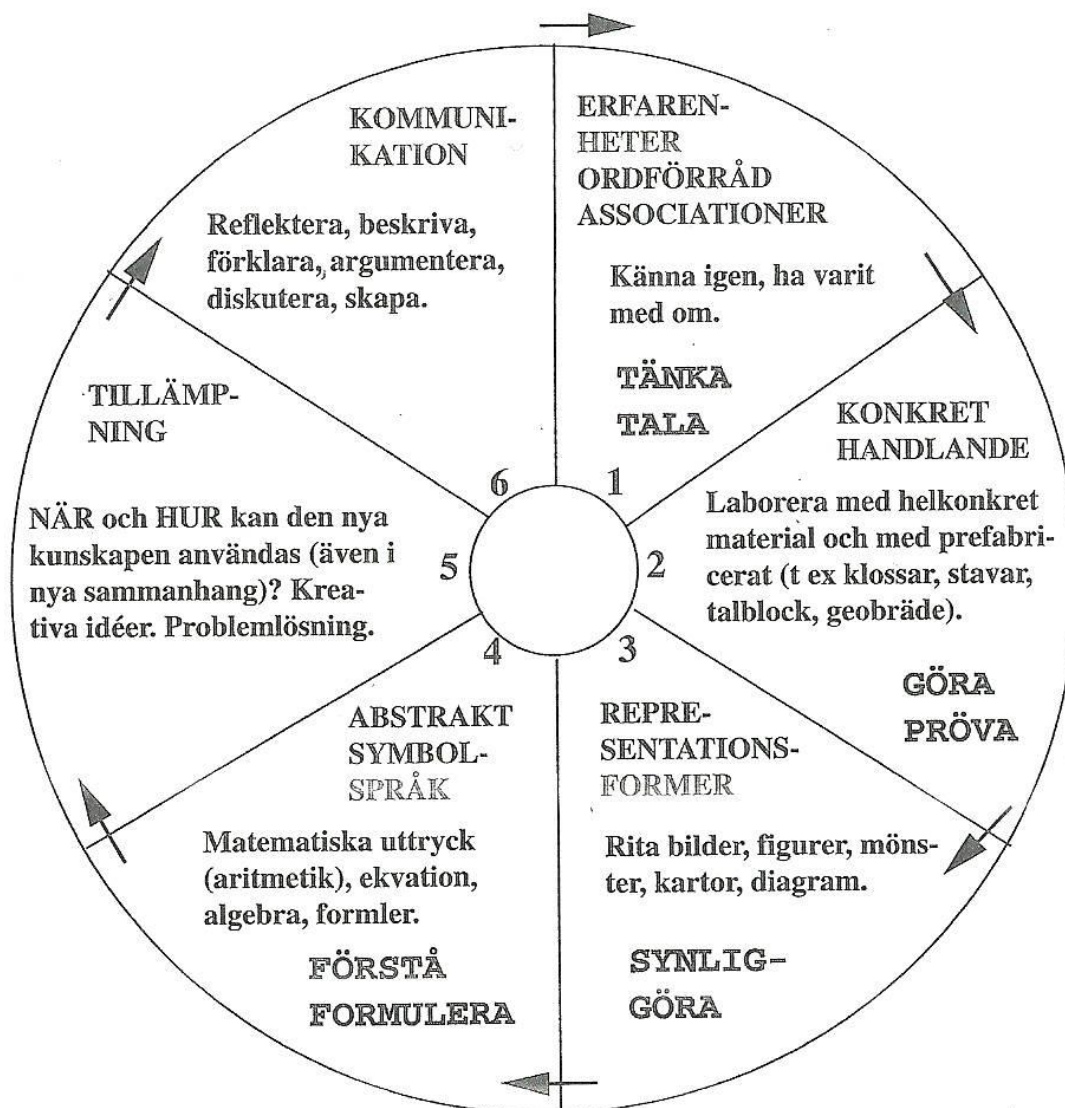
I min fortsatta framställning kommer jag företrädesvis att mera i detalj belysa sådana stoffområden där elever med *matematiksvårigheter* kan anses vara i riskzonen. Därmed förordar jag också en bättre anpassning till individuella förutsättningar och ett laborativt och undersökande arbetssätt, där *övning av språket och utvecklingen av de matematiska begreppen* kan gå hand i hand.

## Olika inlärningsnivåer i matematik

Det sker tyvärr både för stor och för tidig utslagning i matematik och orsaken anser jag till stor del beror på att eleverna inte får den *tid* och det *stöd* de behöver för att befästa grundläggande begrepp.

Som ett resultat av många års erfarenheter har jag med bilden på nästa sida försökt att i koncentrerad form beskriva ett antal *inlärningsnivåer* som *samtliga* bör beaktas och bli föremål för undervisning om en effektiv inlärnings och förståelse skall kunna ske för *alla* elever.

Den detaljerade utformningen beror självklart på vilket stoffområde som är föremål för undervisning och på de redskap som elevgruppen redan förfogar över. Men *erfarenheter* i kombination med en *språklig kompetens* är nödvändiga förutsättningar för begreppsbildning.



Här följer kommentarer till var och en av de sex olika nivåerna.

#### Nivå 1. TÄNKA – TALA

Undervisningen måste ta sin utgångspunkt i elevernas verklighet och anpassas efter deras varierande förutsättningar. Det är speciellt viktigt att komma i kontakt med de *erfarenheter* eleverna redan har. Men man måste också skapa sådana inlärningsstillfällen att de kan erhålla nödvändiga förutsättningar. Det är viktigt att sådana situationer görs spännande och intressanta, så att elevernas lust och nyfikenhet stimuleras. De måste öva upp sin förmåga att själva *undersöka, upptäcka och uppleva*.

I många fall känner de till och upptäcker väsentligt mer än de har förmåga att verbalt formulera. Av det skälet är det nödvändigt att mycket

## Kapitel 2

medvetet arbeta för att utöka elevernas aktiva *ordförråd*. I många fall handlar det om att göra *jämförelser*, t ex av antal, storlek, längd, pris, ålder, tid etc. För vart och ett av dessa områden krävs ett antal ord, varmed de kan berätta och beskriva. (Se Bilaga 1 och 2!)

Ett bra sätt är att låta eleverna utforma sina egna *matte-ordlistor* så fort de lärt sig att skriva. Ett vanligt skriv- eller räknehäfte förses med alfabetiska flikar. Ord som är viktiga för att förstå ett matematiskt innehåll förs in i ordlistan. Jag brukade arbeta efter två principer.

1. *Eleverna* fick parvis tänka ut det vi kallade "veckans matteord". Det skulle vara 4–5 ord och uttryck som de själva valt ut, som *volym*, *cirka*, *per person*, *avstånd*, *dubbelt så mycket*. Orden skrevs upp på särskild plats på tavlan. De elever som föreslagit orden började med att fråga kamraterna om de kände till orden och kunde sätta in dem i lämpliga sammanhang. Men de skulle självklart vara beredda på att själva förklara dem på ett begripligt sätt. Orden skrevs sedan in i matte-ordlistan, där eleverna också skulle sätta in dem i meningar. Somliga valde att också illustrera orden, när det var lämpligt. Detta arbete bidrog i hög grad till att göra eleverna språkligt medvetna. De blev "ordsamlare" för att ha ett urval i beredskap tills det blev deras tur.
2. För varje stoffområde krävs ett visst antal nödvändiga ord, som lämpligen kan kallas *faktaord*. Dessa presenteras på liknande sätt, men här är det *läraren* som gör urvalet. Även dessa ord förs in i matte-ordlistan efter samma rutiner som tidigare.

Dessa språkliga övningar tar naturligtvis tid, men jag anser att det är mycket väl använd tid. Det gagnar *alla* elever, men är absolut nödvändigt för dem som har ett svagt utvecklat ordförråd.

Det kan ibland uppstå ganska lustiga situationer när eleverna möter ord som de inte är förtrogna med, i varje fall inte i det sammanhanget. Här följer ett par exempel:

En lärare i Bohuslän påpekade att "öka" och "lägga till" betydde ungefär detsamma. Men då protesterade en av pojkarna och tyckte att det var fel. "Fröken, man kan väl inte öka när man ska lägga till? Då kan man ju åka rätt in i bryggan." (Han tänkte på att lägga till med en båt.)

Vid konstruktion av huvudräkningsuppgifter eller textuppgifter bör man vara observant på själva formuleringarna så att inte eleverna på grund av ordval styrs in mot ett visst räknesätt. Ord som äldre, längre,



dyrare etc kallas ibland "plusord" och på liknande sätt finns det "minusord" som t ex yngre, kortare, billigare. Det är mycket förrädiskt men tyvärr inte helt ovanligt.

Lässvaga elever har en benägenhet att gissa sig fram. De ser efter var det står siffror och så söker de efter "signalord" – ord av den typ jag nyss beskrivit. Med ledning av detta försöker de sedan att finna en lösning.

Jag återkommer till dessa frågor dels i kapitlet Språkets roll i matematiken och dels i kapitlet Problemlösning.

Många lärare är ofta alltför beroende av *ett* gemensamt läromedel och är rädda för att "inte hinna med kursen (dvs boken)". Men inser man språkets stora betydelse för elevernas möjligheter att nå fram till hållfasta matematiska begrepp och förmåga att utveckla tankeprocesser, prioriterar man utan tvekan ett sådant arbete.

## Nivå 2. GÖRA – PRÖVA

Handen är hjärnans förlängda redskap, som Piaget en gång uttryckte det. Det eleverna får arbeta med, ta i och på ett kreativt sätt hantera, har väsentligt större förutsättningar att bidra till att de blir delaktiga i den pågående process som en inläring innebär. Ju fler perceptionsvägar som utnyttjas, desto bättre.

Ett *laborativt och undersökande arbetssätt* – vilket material det än gäller – måste självklart sättas in i ett meningsfullt och väl genomtänkt sammanhang. Ett planlöst plockande med material ger ingen garanti för att eleverna tillägnar sig matematiska begrepp. Detta kan vara *en* anledning till att vissa lärare (oftare i de högre årskurserna) inte inser värdet av eller har respekt för sådana inslag. Med ett väl genomtänkt och strukturerat laborativt arbete skapar eleverna ett "inre bildarkiv" som ger dem stöd i sitt logiska tänkande och som hjälper dem att finna vad vi kallar *generaliserbara lösningsmetoder*. Detta är ett i hög grad underskattat inslag!

Valet av material beror på elevernas ålder och på det stoffområde som behandlas. Det viktiga är att inslagen av *laborativa övningar* skall ses som en helt *naturlig och integrerad del* av arbetet i övrigt. Tyvärr har många lärare ansett att detta moment framför allt hör hemma under de tidigare skolåren och för de elever som är svaga. Med den inställningen får arbetssättet låg status och bidrar till att eleverna också tar avstånd från att delta, trots att de har stort behov av detta inslag i sitt lärande.

## Kapitel 2

Jag vill visa ett par exempel.

### a) Räkna ett antal (fem klossar) med hjälp av "pekräkande"

□ □ □ □ □

ett, två, tre, fyra, fem, sex, sju

Många barn rabblar räkneramsan utan att vara medvetna om att den består av ett antal ord. De kan mycket väl komma fram till att antalet här ovan är sex eller sju. Först när de lärt sig att *synkronisera pekandet med orden i talraden* kan de komma fram till fem. Men när de säger "fem" pekar de bara på *en* kloss, den femte i raden. Hur vet man då att antalet klossar är "fem"? Ja, inte skall vi i det läget försöka oss på någon matematisk utläggning. Det skulle i de flesta fall bara göra processen obegriplig. Men om barnet i stället efter hand som det räknar *samlar klossarna* i handen och på så sätt får en samlad mängd har det lättare att förstå att ordet "fem" hör samman med *hela antalet*.

Här sker inläringen just genom *konkret handlande*.

### b) Likhet och olikhet

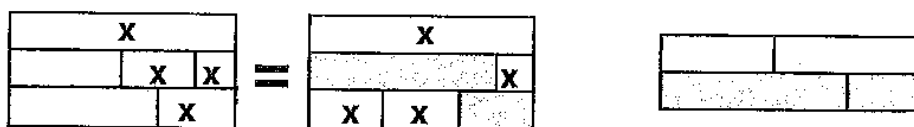
*Likhetstecknet* är troligen den mest missbrukade matematiska symbolen inom matematiken. Det kan därför finnas anledning att *tidigt* låta barnen vara med om laborativa övningar där det handlar om att göra jämförelser. Ibland är det lika, men ibland är det olika.

Det som är lättast att jämföra är egenskapen *längd*, eftersom det i sådana sammanhang går ganska lätt "att mäta". Man kan använda pennor och pinnar, men också barnen själva.

Ett material som jag i fortsättningen ofta kommer att hänvisa till är *färgstavar* (Cuisenaires färgstavar, som finns närmare beskrivna i kapitlet Laborativt arbetssätt på s 99). Med hjälp av dessa kan man utföra många *jämförelser* och *mätningar*, där man får tillfälle att använda och tillämpa ord för att beskriva det man gör, ser och upptäcker. En del övningar görs speciellt med tanke på att just observera och betona likhet och olikhet, där också symbolerna  $=$  och  $\neq$  kan introduceras.

För att *förbereda ekvationer* brukar jag lägga färgstavar i rektangelform. De olika längderna har var sin färg, vilket tyvärr inte framgår av bilden, men det underlättar för eleverna att särskilja dem.

De båda rektanglarna är *lika stora*, men de är inte identiskt lika vad gäller sammansättningen av stavar, vilket framgår av bilden.



När man tagit bort de stavar som är kryssmärkta och som finns på båda sidor om likhetstecknet, eller som man säger i båda leden, och sedan mäter de återstående, ser man att *likheten har bibehållits*. På så sätt inser man vad *likhet* innebär och att man för att *bibehålla denna* måste utföra samma sak med båda rektanglarna. Man lär genom att *göra och pröva*. I en ekvation utför man samma operation i de båda leden.

### c) Avancerad problemlösning

Det är viktigt att framhålla det oerhört stora gap som finns mellan förmåga att handla, att *göra och pröva*, och förmåga att översätta innehållet till symbolspråk. Det går att presentera till och med ganska *komplicerade uppgifter* bara vi inte ställer formella krav.

I det elevmaterial jag producerade redan i början av 60-talet och som var avsett för åk 3, fanns följande uppgift:

– Kan du gissa den här gåtan? sa Åke till Eva. I en djurpark såg jag både strutsar och giraffer. Jag såg 6 huvuden och 20 ben. Hur många giraffer såg jag?

En pojke i en av de klasser jag själv undervisade i under den tid jag var rektor i Huddinge bedömdes vara mycket svag i matematik. Han hade grava läs- och skrivsvårigheter, men han var den ende i klassen som löste uppgiften. Han ritade först upp 6 kryss, som fick föreställa huvud. Sedan ritade han två streck till vart och ett av dessa, ingen hade ju mindre än två ben. Det åtgick 12 ben och sedan var det 8 ben kvar, som också delades ut i par. Det räckte till fyra. Efter detta såg man ju tydligt att det måste vara fyra giraffer och två strutsar.

X    X    X    X    X    X  
II II   II II   II II   II II   II    II

Det var underbart att få uppleva hur denne pojke utvecklades, mycket tack vare att han fick tillfälle att visa att han kunde tänka, att han kunde lösa problem, som nästan ingen annan i klassen hade förmåga att göra. På så sätt växte hans självförtroende och krafter frigjordes för att också orka ta itu med de svårigheter han trots allt hade i svenska. Sådana upplevelser är viktiga för både elev och lärare!



**d) Delens förhållande till helheten**

I arbetet med vuxna elever är det extra viktigt att utgå från problem som de kommer i kontakt med i sin vardag. Alla känner till att man får betala moms, även om inte alla känner till att procentsatsen varierar beroende på vilka varor eller tjänster det gäller. Men den varierar också beroende på vilket belopp momsen beräknas på (varans pris utan moms eller som *en del av* den totala summa som betalas i kassan).

Vid ett tillfälle kom vi att beröra en köpsituation där just det här problemet blev föremål för diskussion. Köpet hade skett i ett varuhus där varornas pris angavs *utan moms*. Momsen lades på först vid betalningen i kassan. Det som för flertalet i gruppen var förbryllande var att *samma belopp* både var 25% och 20%.

För att klargöra detta använde jag mig av färgstavarna enligt bilden.

|            |             |
|------------|-------------|
|            | <b>brun</b> |
| <b>röd</b> |             |

|  |               |            |
|--|---------------|------------|
|  | <b>orange</b> |            |
|  | <b>brun</b>   | <b>röd</b> |

Priset utan moms = brun stav. Moms = röd stav. ( $1/4$  av den bruna = 25%). Det totala priset = orange stav. Den röda staven är nu  $1/5$  eller 20% i förhållande till den orange.

Det var ganska många som fick en uppenbar aha-upplevelse. Här *ser* man tydligt sambandet och kan på så sätt få en viktig förförståelse inför en mera verbal och abstrakt formulering sedan.

**Nivå 3. SYNLIKGÖRA**

På väg till abstraktion hjälper det många elever om de får strukturera sina tankar i en *representationsform som de själva väljer*. Det är då deras eget tänkande som styr och inte något utifrån påtvingat. Men det är också viktigt att de får berätta till och beskriva sin framställning, vilken utformning den nu har. De märker då hur hållfasta deras tankegångar är. Detta moment är extra viktigt för de svaga eleverna, som självklart ofta har behov av handledning. Men de är då på ett helt annat sätt motiverade att få hjälp, eftersom de först bearbetat problemet på egen hand och utifrån egna erfarenheter. Här sker en djupbearbetning av momentet, vilket får eleven att mera påtagligt uppleva sin egen roll i inläringen.

Här tror jag att vi som lärare måste vara tydliga. Eleverna måste successivt inse och också överta ett större ansvar för sin inläring, men det gäller framför allt att de måste förstå att det också beror på deras egen

*vilja* att lära sig, att deras egen inställning och motivation faktiskt är motorn i arbetet. Vi skall på allt sätt hjälpa, stödja och stimulera, men vi kan aldrig ta över inläringen.

#### Nivå 4. FÖRSTÅ – FORMULERA

Under hänvisning till knapphet i tid är det vanligt att lärare startar direkt på denna nivå. Är det då underligt att många elever inte hänger med? De känner inte igen den beskrivna verkligheten, de saknar nödvändiga erfarenheter, de saknar ord för dessa, de har heller inga förutsättningar att förstå det abstrakta symbolspråket – ett för dem helt främmande språk!

Som lärare skall vi komma ihåg att en sak inte blir mera begriplig för att vi upprepar en förklaring, inte ens om den sker med ”större bokstäver”! Barn har också väsentligt svårare att tolka ord än att uppfatta skeenden i en situation.

Jag kan inte låta bli att här citera en av mina favoriter, nämligen Anna Kruse (1861–1931). I samband med att hon låter eleverna i första klass ”upptäcka” talet fyra och då också låter dem dela upp *en hel* i fyra delar, skriver hon följande i sin bok *Åskådningsmatematik* (1909):

Begär icke, att alla barn genast skola kunna göra delningen och förstå den. Och framför allt, försök ej att med ord förklara! Kunna de ej uppfatta det med ögonen, så låt det vara! ... Ha vi icke många gånger själva märkt, att det kan vara svårt att följa med andras resonemang i matematik, under det vi reda oss mycket bra på egen hand? Att ett barn kan känna på samma sätt, framgår av följande yttrande av en liten skolflicka: ”Jo, jag förstår det mycket bra, om ni bara inte förklarar det för mig.”

En svag språklig medvetenhet försvårar *begreppsbildningen*. Men mycket hänger också på vilken förmåga en lärare har att välja ett för eleverna begripligt framställningssätt, att transponera stoffet till en för dem lämplig tonart. Häri ligger mycket av det vi kan kalla pedagogisk konst!

Trots språkliga svårigheter och bristfällig begreppsbildning är det ändå förunderligt många elever som lyckas ”hålla sig flytande” förbluffande länge beroende på att de har en god memoreringsförmåga. De lär sig mönster och modeller men vet i själva verket inte varför de gör så eller så. Då jag ibland frågat ”Varför gör du så?” är svaret ofta ”Jo, så ska vi göra” eller ”Det vet jag inte, men det blir rätt om man gör så”.



## Kapitel 2

Men när ämnet blir mer komplicerat räcker det inte med enbart memorering. Då kanske hela korthuset rasar samman, ofta med förödande konsekvenser. Eleverna har här lätt för att ge upp. Då man försöker hjälpa dem, intar de ofta en försvarsattityd och säger "Det är ingen idé att du förklarar, jag begriper ändå ingenting. Tala bara om för mej hur jag ska göra". De saknar i själva verket de elementära byggbitarna som utgör grunden för påbyggnaden!

Det är en svår situation för både lärare och elev. Detta kunde ha undvikits om man insett värdet av nivåerna 1–3. Dessa steg på vägen kan göras så varierande att även de matematikinriktade eleverna kan få stimulerande och utmanande uppgifter, samtidigt som de svagare eleverna får syssla med grundläggande moment *i sin egen takt*. Vi får inte glömma att *alla* elever skall få möjlighet att arbeta utifrån sina förutsättningar. En del duktiga elever tycker tyvärr ibland att matematiken är tråkig i brist på stimulerande och logiskt krävande uppgifter.

Tyvärr är det ofta *kravet på formell redovisning* som styr vilket innehåll som finns i presenterade exempel. Men som jag redan framhållit är det stor skillnad mellan en förmåga att *lösa* ett problem och att kunna *redovisa* det med hjälp av det *matematiska symbolspråket*. Jag vill här också hänvisa till avsnittet Varierande problemlösningsförmåga (s 198), där jag ger några exempel på olika lösningsnivåer.

När barn redan från skolstarten ombeds att berätta *räknehändelser* eller räknesagor väljer de ofta situationer som innehåller division. Livet är för övrigt mer fyllt av division och subtraktion än av addition och multiplikation. Men då får de kanske höra: "Nej, det verkar svårt, det får vi nog vänta med till nästa år." Man sysslar nämligen i allmänhet inte med varken multiplikation eller division under det första skolåret. Men de olika räknesätten finns ju blandade omkring oss i vår vardag och blir inte tydliggjorda för barnen förrän man inför symbolerna!

Under min egen praktik har jag funnit att barn i många fall kan lösa logiskt krävande exempel (som uppgiften med strutsar och giraffer) bara de inte har kravet på sig att kunna redovisa det formellt-matematiskt eller "ställa upp det" som de ibland uttrycker det. Detta säger något om den *hämmande faktor* som det formella *symbolspråket* innebär, något vi bör vara medvetna om. Då kan vi också presentera uppgifter med större variation inte minst vad det gäller det logiska tänkandet.

Följande exempel får belysa problematiken.

**a) Symbolspråket följer inte tankegången**

Barn kan tänka och handla och lösa problem, men kan ha oerhört svårt att översätta dem till symbolspråket. Detta blir alldeles påtagligt i ett problem av det slag jag här ger exempel på.



Åsa vill köpa en glass för 8 kr,  
men hon har bara 5 kr.  
Hur mycket fattas?

De flesta barn har före skolstarten praktiskt löst liknande uppgifter, men i vilken form möter de exemplet i skolmatematikens värld?

De får anvisning att skriva  $8 - 5 = 3$ .

Detta innebär att de startar med något de inte har. Eftersom många tolkar (och uttalar) minustecknet som "ta bort" måste det kännas underligt att "ta bort" de 5 kr Åsa har, när barn mycket väl inser att hon i själva verket måste ha *mer pengar* för att kunna köpa glassen.

Vid denna tidpunkt skulle det vara naturligare att skriva  $5 + \_ = 8$ , för så handlar och tänker barnet. Men detta skrivsätt anses svårare. Varför då? Jo, för så brukar det inte se ut. Eleverna blir faktiskt mycket tidigt starkt programmerade vad gäller just det *formella skrivsättet*.

**b) Algebra – ett svårt symbolspråk**

Många elever kan få svårigheter vid övergången till algebra, mycket beroende på att det matematiska språket ändrar karaktär. Man inför dessutom en rad nya symboler.

Följande exempel, hämtat ur de nationella provet för år 9, har av svenska elever en mycket låg lösningsfrekvens:

*Vilket värde har a om  $ab = 24$  och  $b = 4$ ?*

Flertalet elever har troligen redan i åk 2, löst problem liknande detta, men då har man skrivit på detta sätt  $\_ \cdot 4 = 24$ .

Av eleverna i åk 9 hade endast 45 procent avgett rätt svar, vilket sannolikt beror på att de *inte kan tyda det symbolspråk som används*.

Dessa svårigheter skulle delvis ha kunnat undvikas om övergången till algebran skett på ett "mjukare" sätt. Man kan tidigt syssla med pre-algebra, t ex i samband med användning av färgstavarna. Jag återkommer närmare till detta i kapitlet Taluppfattning.

## Kapitel 2

Ett främmande språk kräver ofta tolk. Många elever tycks faktiskt ha behov av tolk vid övergången till algebra! Vetskapen om vanskligheterna bör emellertid kunna medverka till förbättringar.

Skall man då inte använda symboler? Jo, givetvis förs dessa in efter hand som eleverna behärskar användningen av dem. Men vad jag vill påvisa är att det *logiska tänkandet* har en möjlighet att utvecklas och övas utan de begränsningar och de blockeringar som de ofta alltför stora och för tidigt ställda formella kraven medför.

*Algoritmräkningen* enligt våra konventionella rutiner är glädjande nog på väg att ersättas av mera rationella metoder. I dagens samhälle erbjuder de billiga och behändiga miniräknarna ett både snabbare och säkrare hjälpmedel, varför det finns anledning att eleverna redan *i skolan* anpassas till de metoder som används *utanför skolan*.

Denna omställning förutsätter emellertid att eleverna har förmåga att med hjälp av *effektiv huvudräkning* göra sådana överslag och rimlighetsbedömningar att felaktiga svar kan undvikas.

I samband med *den formella redovisningen* måste läraren av flera skäl ta ställning till vilka *redovisningsformer* eleverna skall använda. Det är viktigt att de vänjer sig vid bra och "påbyggbara" rutiner med ordning och reda så att både de själva och läraren lätt kan tolka framställningen. En komplettering med en *verbal framställning* om *vad* de skrivit och *varför* bidrar till en djupbearbetning som prövar graden av *förståelse*.

### Nivå 5. TILLÄMPNING

Lärandet är en process där produkten kan kallas kunskap. Saknas förståelse kan man inte tala om verklig kunskap och då kan den heller inte tillämpas i *nya* och delvis *förändrade moment*. Eleverna försöker i sådana fall ta sig fram genom att memorera, kopiera och reproducera.

Ett vanligt fel i samband med tillämpning av olika moment, t ex problemlösning, är att svårighetsgraden ökar ungefär samtidigt både vad gäller den aritmetik som krävs och textens komplexitet vad gäller innehållsuppfattningen. Detta kan då medföra att eleverna upplever uppgifterna som alldeles för svåra och helt enkelt ger upp utan att ens försöka lösa dem.

Denna uppgivenhet känns självklart extra svår hos elever med dåligt utvecklad avkodningsförmåga och innehållsuppfattning (dyslektiker). Den komprimerade texten, ofta med ord som inte tillhör elevernas eget

ordförråd, medför svårigheter att uppfatta vad det handlar om och att kunna referera till något från den egna erfarenhetsvärlden.

Det jag här vill förorda är en stegvis utökad svårighetsgrad, där de *språkligt-logiska* momenten alltid presenteras först i ett sammanhang där den tillhörande aritmetiken hålls på ett så enkelt plan som möjligt, inom ett kontrollerbart talområde. På så sätt behöver eleverna bara möta *en* svårighet i taget. Nästa steg blir nämligen att överföra det språkligt-logiska sammanhanget till ett område som kräver mera av aritmetiken.

Jag exemplifierar detta med två exempel med olika svårighetsgrad:

1. Joakim har nu 12 kr. Han har nyss köpt en glass för 8 kr. Hur mycket pengar hade han före glassköpet?
2. En kommun hade den 31 december ett år 15 647 invånare. Befolkningen hade under det gångna året minskat med 43 personer. Hur många invånare fanns det i kommunen den 1 januari samma år?

I båda exemplen används ord som leder tanken till subtraktion ("köpt" och "minskat") men ändå är räknesättet *addition* (man återställer en minskning). I det första exemplet har eleverna lättare för att tänka sig in i situationen och inser att svaret "4 kr" inte verkar rimligt. I det andra exemplet däremot föreligger inte alls samma möjlighet att leva sig in i innehållet och svaret "15 604" verkar för de flesta lika rimligt som det korrekta "15 690".

Ett viktigt moment i dessa sammanhang är det *reflekterande samtalet*. Vad berättar exemplet? Vilken information får man? Kan man uttrycka det med andra ord? Känner ni till hur förhållandena är i den egna kommunen? Exemplen borde helst initiera intressanta diskussioner.

I anslutning till Nivå 2 visade jag ett exempel med moms med hjälp av färgstavar. Det viktiga var i det sammanhanget att den *visuella bilden* skulle tydliggöra *relationsförhållandena* mellan *helheten och delarna* och därmed bidra till en förståelse av problemet,

Men det kan också innebära att man genom sådant laborativt arbete skaffar sig det jag kallar ett "inre bildarkiv" varur man vid behov kan plocka fram exempel som är *överförbara till nya situationer*.

Följande exempel visar prov på detta där vi i princip kan utgå från samma kombination av stavar som i det tidigare momsexemplet.

*En biljett kostar nu 150 kr. Det har nyligen varit en 25%-ig ökning av biljettpriset. Hur mycket kostade biljetten före prisökningen?*



|        |     |
|--------|-----|
| orange |     |
| brun   | röd |

orange = 150 kr; röd = 30 kr; brun = 120 kr

Här har elever oftast mycket svårt att få grepp om uppgiften. Det står en procentsats, men den skall inte användas på det belopp som står där (även om de ändå ofta gör det). Men resonerar man i anslutning till den kombination av stavar som bilden visar, blir det genast mycket lättare att inse sammanhangen.  $150 - 30 = 120$ . Biljettpriset före ökning (= brun) måste då vara 120 kr.

Det vanligaste är att lösningen sker med hjälp av en ekvation, där man antar att biljetten från början kostade  $x$  kr. Men även om man använder ekvation (vilket inte är det enda sättet!) kan ändå stavkombinationen hjälpa eleverna till att lättare inse formuleringen  $1,25x = 150$ .

I många fall saknar eleverna helt erfarenhet från sådana områden som beskrivs i textuppgifter. Det är då också omöjligt att begära att de skall kunna göra en *rimlighetsbedömning*. Faran är då stor att de helt okritiskt använder sig av det resultat de fått fram via "knapptryckning".

Barn skall ha kunskap, inte mesta möjliga utan *bästa möjliga*. Att ge barnet *lust att lära* är viktigare än lärdom, och lusten kommer bara med den djupa förståelsen. Det är beklagligt att förhållandevis få elever når fram till den säkerhet som har sin grund i att de litar på sitt eget tänkande, på sin egen förmåga och vågar pröva och testa nya idéer, vågar och tillåts vara kreativa.

Här har lärarens roll stor betydelse. Den lärare som *kan* sitt ämne och som är trygg i sin lärarroll vågar låta eleverna pröva egna förslag och Lösningstrategier. Sådana följer kanske inte alltid de mallar eller typexempel som föreslagits, men de kanske kan ge upphov till värdefulla och rent av nya lösningar.

Intressanta och stimulerande uppgifter kan bl a också hämtas från de båda kopieringspärmarna *Utmaningen* och *Lilla Utmaningen*, sammanställda av *Barbro Grevholm* (1988, 1989). Här finns det verkligen tillfälle att pröva olika kreativa lösningstrategier.

## Nivå 6. KOMMUNIKATION

Det bästa sättet att få elever att förstå hur viktig matematiken är inom alla områden är att låta *matematiken integrera med andra ämnen*. Det kan förslagsvis ske i vissa *temaarbeten*, där ibland flera lärare kan samverka.

Ämnen som man kanske inte direkt tänker på, men som faktiskt innehåller mycket matematik, är slöjd och hemkunskap. Här kan med fördel samarbete etableras, vilket det också finns fina exempel på.

Varför läser vi för övrigt matematik i skolan? Det är en fråga som både lärare och elever bör diskutera tillsammans. Många elever inser tyvärr inte hur viktigt detta ämne är, oavsett vilket yrke de väljer.

Det är inte ovanligt att elever säger: "Varför ska vi hålla på med detta? Det kommer jag aldrig att ha någon nytta av." Om det är så, att vi i skolan inte förmår tydliggöra för eleverna hur viktig matematiken är, tycker jag att vi har misslyckats i vår pedagogiska roll. Vi måste genom verklighetsförankrade exempel, hämtade från olika ämnesområden, belysa matematikens oerhört stora betydelse. Det bidrar till att vidga uppfattningen om ämnet, vilket kan få fler elever att bli engagerade och intresserade. Det finns ju heller inte någon yrkesutbildning i dag som inte kräver något matematiskt kunnande.

Det är glädjande att man i det material som framtagits från centralt håll, diagnostiska övningar för skolår 2 och 7 och nationella prov för skolår 5 och 9, ger exempel på *gruppuppgifter* som skall lösas i samarbete. Det ger viktiga signaler om värdet av samarbete och diskussioner.

Sådana inslag kräver emellertid övning för att förhindra att endast några få yttrar sig och blir alltför dominerande. Men arbetssättet är så viktigt att det måste få större betydelse och ges ett ökat utrymme.

Men om man dessutom kan bryta den alltför dominerande negativa inställningen till matematik genom att låta eleverna *upptäcka och uppleva* hur intressant och spännande matematiken kan vara, skulle många elever – och lärare – må väsentligt mycket bättre. Till denna inställning borde ett mera *laborativt och undersökande arbetssätt* kunna bidra!

Jag har flera gånger i den tidigare framställningen betonat hur matematiken ger möjligheter att öva upp och utveckla förmågan att kritiskt *granska, reflektera, argumentera och diskutera*. Därigenom kan den också bli det värdefulla redskap som den är ämnad att vara.

I de följande kapitlen behandlas olika moment mera utförligt, men jag har genom denna översikt velat exemplifiera vissa viktiga *huvuddrag i en matematikundervisning som kan vara bra för alla elever*, men som är *nödvändig* för elever med någon form av *inlärningssvårigheter*, däribland elever med dyslexi och/eller matematiksvårigheter.