

Volker Berthold

Næsehornsstenen

Målet med enhver undervisning må være at udvikle elevens forståelse for sin hverdag og forberede den enkelte på den fremtidige anvendelse i sit eget liv. Hvis undervisningen samtidig kan bidrage med inspiration og udvikling af den omkringliggende virkelighed, så nærmer den sig ud fra mit syn, den perfekte undervisning. Vigtige elementer i sådan en vurdering er:

- Emnet relaterer til en konkret situation eller problemstilling fra hverdagen.
- Eleven kan se værdien i problemstillingen.
- Eleven engagerer sig emotionelt og fagligt i forløbet.
- Læreren vurderer sammenhæng til de faglige mål.
- Emnet har et forløb over en periode med skiftende indfaldsvinkler, som f.eks. oplevelse, analyse, refleksion, samarbejde, kommunikation, problem- og færdigheds-løsning.
- Der er progression i processen.
- Der er en naturlig differentiering (selv-differentiering) i forløbet.
- Der er dialog i processen, idet læreren følger elevernes vej (med-læring; læreren og eleven er fælles om ejerskab til processen).

Volker Berthold
Spjellerup Friskole
Volker.Berthold@skolekom.dk

- Afslutningen skaber forandringen ved at elevernes arbejde har indflydelse på hverdagssituationen.

Næsehornsfliiser – en dansk belægningssten – har givet mig, tre klasser og producenten sådan en helhedsoplevelse. Vi har arbejdet undersøgende og med faste opgavesæt, bevæget os fra virkeligheden over semi-virkeligheden til ren matematik og tilbage igen. (*Undersøgelseslandskaber*, Ole Skovmose, Rapport fra LAMIS' sommerkurs 1998). Ministeriets krav om arbejde med kompetencer ses opfyldt på mange områder. Det er især modelleringskompetencen, jeg har fokus på i denne sammenhæng (Fælles Mål, matematiske kompetencer). Eleverne har arbejdet i skoletiden og desuden inddraget frikvarter/fritid ind i processen (Leg og læring). På alle klassetrin kan der stilles opgaver, som løses intuitivt og med brug af fysisk aktivitet, samtidig med at forventningerne til enkelte elever eller grupper, kan flyttes til formelle løsningsmodeller.

Virkelighedens udgangspunkt

Mit eget udgangspunkt var behovet for at lægge nogle pæne fliser ved havebordet i min private have. Mit ønske var, ikke at bruge en af de populære rektangulære fliser. Mødet med næsehornsstenen gav dette resultat på hjemmesiden:

Næsehornet® er seks cm tyk og måler elleve cm på alle sider. Alle vinkler er enten 45° eller 90°. Disse mål betyder, at to sten kan lægges sammen på 43 forskellige måder. Dette giver mulighed for et uendeligt antal forskellige mønstre. (Beskrivelse af stenen fra producentens hjemmeside www.sand-gaardbeton.dk)

Her blev mit matematiske hjerte tændt. Alle disse oplysninger fra hjemmesiden er interessante i forhold til en matematisk betragtning. Der er:

- faktaoplysninger, som kan måles efter,
- oplysning om kombinationer, som mangler dokumentation og kræver egne undersøgelser (kontrol)
- påstande om en mønster-uendelighed, som betyder, at man kan blive ved med at finde på nye mønstre. Dette er for mig en indirekte opfordring til efterprøvning. Tal og påstande skal kontrolleres. Uendelighedsstilstanden er også en matematisk udfordring, idet den kræver planlægning, overblik og systematisering.

Dermed var idéen til et undervisningsforløb født – uden helt at kende indholdet. Men Fælles Mål 2009 (se rammen) gav sit begejstrede tilsagn.

Materialeudgangspunkt

Der er mønsterbeskyttelse på formen, som både er enkelt og samtidig genialt, idet mangfoldighederne er store ud fra den simple struktur. Næsehornet® er en seks kantet belægningssten, som er sammensat af to kendte matematiske grundformer: et kvadrat og en rombe. Alle sider er lige lange. Alle vinkler er 45° eller en mangedobling af den.

Med en ens kantlængde opstår der mange forskellige muligheder for samlinger. Da alle vinkler bygger på basisvinklen 45° og 45° går op i cirkelens 360°, er det let at samle stenene omkring et hjørne, uanset forståelsen af matematikken bagved.

Fra Fælles Mål 2009

Formålet med undervisningen er, at eleverne udvikler matematiske kompetencer og opnår viden og kunnen således, at de bliver i stand til at begå sig hensigtsmæssigt i matematikrelaterede situationer vedrørende dagligliv, samfundsliv og naturforhold.

Stk. 2 Undervisningen tilrettelægges, så eleverne selvstændigt og gennem dialog og samarbejde med andre kan erfare, at arbejdet med matematik fordrer og fremmer kreativ virksomhed, og at matematik rummer redskaber til problemløsning, argumentation og kommunikation.

www.faellesmaal.uvm.dk

Producenten tilbyder også to hjælpefliser til Næsehornet® i sit program. De skal hjælpe til at mønstre kan gå op, men de er også med til at skabe nye muligheder. Det drejer sig om et kvadrat og en rombe. Fra mellemtrinnet bør man starte undervisningen uden hjælpefliser og først inddrage dem, når mønstre ikke går op. Hjælpefliserne er i mine afprøvninger valgt i en anden farve end hovedflisen.

Undervisningsidéer med Næsehornsfliisen

I det følgende vil jeg beskrive gennemførte afprøvninger og idéer til kommende timer. Udgangspunktet for alt arbejde med denne belægningssten, er bevægelsen fra intuitionen til matematisk analyse. Dette betyder at det hele



starter med eksperimentet og processen peger hen imod en beskrivelse af de undersøgte forhold – med hverdagsord eller som faglig analyse.



Det vigtige er, at man skaber sit eget forløb ud af de mange muligheder – eller bedre: vælge få opgavestillinger og derefter, i samarbejde med eleverne, udvikle klassens forløb. Materialebehov: ca. 4–5 m² fliser. Laminerede efterligninger har suppleret til en indendørs undervisning.

1. Fra intuition til formelt skolearbejde

A. Elevkonstruktioner

Vinkler, længder og højden kan måles på stenen, men de kan også udleveres for at få eleverne til at konstruere stenen med lineal og vinkelmåler – eller endnu bedre, med lineal og passer. Samme konstruktion kan også finde sted i et



geometriprogram på computer.

Udskrevne elevproduktioner kan bruges til indendørs arbejde, gennemførelse af større mønstre i mindre format – eller når fremhævning af mønstre ønskes understøttet af stærke farver.

B. At lægge fantasiens mønstre

Børn elsker at arbejde med geometriske former. Mit eget udgangspunkt med haven var en oplagt baggrund for at stille spørgsmålet: Kan I komme med en idé til et mønster? For-

ståelsen for at der ikke skal være huller mellem stenene er næsten selvsagt. Spejlinger og symmetrier kommer ofte af sig selv, men kan også fremprovokeres gennem yderligere spørgsmål: Hvornår er et mønster flot? Kan det samme mønster ses, uanset hvilken side man kommer fra?

Digital affotografering er oplagt, da antallet af sten hurtig giver en begrænsning, når en hel klasse arbejder med 5 m². I arbejdet med de mindste klasser har jeg tilladt brugen af de 2 hjælpestene uden nogen begrænsning.

Da der var fint sand til rådighed, gik flere hold i gang med at feje den ned i mellemrummene. Nogen må have set det derhjemme og virkeligheden blev afprøvet i timerne.

C. Fantasi og billeder med grundformen

Opgavens formulering kan tage udgangspunkt i spejlingsmønstre. Når tanken om billedkunst suppleres opstår der hurtig indre billeder og henfører tanker til visuelle fantasier med tangram-brikkerne.

Hvad kan stenenes kontur forestille?

Kan alle se udtrykket eller skal det males?

Navnet Næsehornet stammer fra ophavsmanden Lennart Petersen. Hans næsehorn er konstrueret af fire sten.



D. Udvikle egne grundmønstre

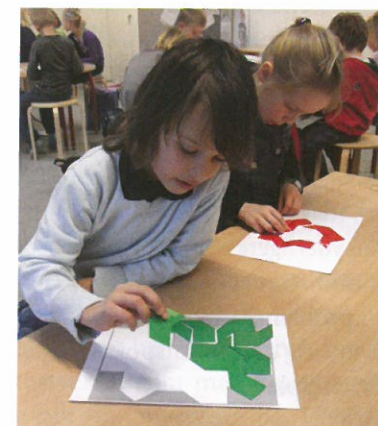
Store mønstre er enten bygget op af mindre enheder som tesselerer, eller tager udgangspunkt i mange flere fliser, før de kan sættes sammen. Eleverne skal have mulighed for at lægge netop deres mønster. Her er det en fordel at starte med at tænke i symmetrier, som kan være basis for en flisebelægning.

En måde at organisere denne mønsteropgave på er, at udfordre mønsterdannelse med udgangspunkt i et bestemt antal.

- "Tag otte næsehornsfliser og byg et symmetrisk mønster."



- "Tag 20 fliser, heraf mindst 12 næsehornsfliser og byg et symmetrisk mønster."
- "Byg et mønster, hvor højst hver tredje (eller hver fjerde) sten må være en hjælpeflise."
- "Byg et mønster med alle de næsehornsten, du skal bruge – men uden hjælpestene."



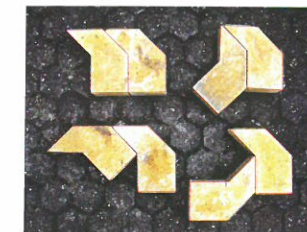
E. Udfyldning af en kontur

Opgaven løses nemmest i en papirversion, hvor næsehornsten skal passe ind i en fastlagt ramme. Ofte kan elever lægge forskellige løsninger på samme udfordring.

2. Fra kombinatorik til mønsterdannelse

A. At forske i konstruktionerne (kombinationer)

"To sten kan lægges sammen på 43 forskellige måder". Her kan eleverne stilles overfor spørgsmålet: Er denne påstand rigtig? Forsøg



at finde de mange forskellige måder. Findes der 43 forskellige? Hvordan skal undersøgelsen foretages for at holde styr på dem alle. Hvilken fremgangsmåde er brugbart for at frasortere drejninger og spejlinger? Hvor betydningsfuld er det, at en flise kan vendes. Dokumentation og sammenligningen kan finde sted med digitale billeder.

I lighed med kombinationer af siderne, kan opgavestillingen forandres med udgangspunkt i vinklerne.

Hvor mange sten skal der til, for at samle 360° i et punkt?

Kan man finde antal af kombinationsmuligheder? Sorter og undgå gengangere.

B. Finde basismønstre

Ved at lægge 2 eller flere sten sammen, skabes nye enheder. Nogle af dem tesselerer, dvs. de passer sammen, når man lægger dem igen og igen ved siden af hinanden og dækker en flade uden at der skabes huller.

Hvor mange af disse basismønstre findes med to sten? Er der flere med tre eller fire sten?

En interessant undersøgelse er, om alle kombinationer fra pkt. A. kan være grundlag for flisedækninger, hvis de må kombineres med deres egne spejlinger.

C. Tesselering

Mønstre kan bygges op som en regelmæssig flisedækning. Dvs. at samme mønster bliver gentaget ved siden af sig selv (tesselering). Dette er typisk for indkørsler og terrasser. Producenten har forskellige forslag på hjemmesiden, som kan inspirere til nye flisedækninger – eller de kan være udgangspunkt for at arbejde med målet: Kan man lægge andre mønstre? Er nogen af dem



så gode, at vi vil foreslå dem til producenten?

Tesselering bygger på kombinationer og basismønstre som gentages, men kan også skabes af større enheder (f.eks. fire eller otte sten).



D. Centriske mønstre

En anden måde at arbejde på er centrisk. Det vil sige, at mønstret gentager sig ud fra et centrum og består af lige enheder i samme afstand til midten. Mønstret vil forandre sig, jo længere man kommer væk fra centrum, men antal gentagelser har en talmæssig regelmæssighed. Hvor mange er normalt og hvorfor?

Et sådan mønster er velegnet til mindre terrasser eller til optiske strukturer på udvalgte arealer. Stenenes indfarvninger kan yderligere

øge mønstrets fremtoning.

Producenten har ikke nogen forslag til denne type mønstre på sin hjemmeside.

Allerede med valget af centrets opbygning er der mange muligheder. Men betyder dette en uenlighedsdimension eller vil der på et tidspunkt indgå en regelmæssighed og dermed en gentagelse?

3. Fra virkelighed til virkelighed

A. Efterligning af bestående mønstre

På producentens hjemmeside gives der forslag til forskellige flisedækninger. Disse mønstre kan printes ud. Opgaven består i at arbejde som anlægsgartner og lægge kundens ønske i indkørslen. En efterligningsopgave, som kan sammenlignes med at lægge puslespil.

B. Beregning af arealet og rumfang

Beregn flisens areal. Dette kan foregå ud fra målinger på stenen. Men hvordan kan det lade sig gøre i et computerprogram, eller helt uden? Hvilke data er svære at få fat i? Stenen er ikke lige til at måle areal på.

Til indkøb af fliser til en belægningsopgave tages udgangspunkt i m^2 . Hvor mange fliser skal der bruges til $1 m^2$?

Der kan yderligere beregnes flisernes samlede rumfang mht. transport på lastbil. Her støder man ind i problemstilling, at stabling til transport kræver valg af et "transportmønster", som mindsker spildplads.

C. Konkret forslag til et stykke af skolegården



(fortsettes side 20)

Frode Rønning

Symmetrier i islamske mønstre

I kunst og arkitektur kan en lett finne eksempler som kan kobles til matematiske begreper, særlig begreper fra geometri. Det er kjent at kunstnere gjennom tidene bevisst har brukt begreper som naturlig kan sies å høre hjemme i matematikken, slik som for eksempel forholdstallet *Det gylne snitt*. Selv om matematiske sammenhenger ikke nødvendigvis har vært styrende for kunstnerens utforming, kan bevissthet om dem tre fram når man i ettertid betrakter kunstverket med et matematisk blikk. Man kan si at man da matematiserer kunsten. Det er naturligvis bare én av mange mulige måter å nærme seg et kunstverk på. Min påstand er at en slik matematisering har verdi fordi den bringer inn et matematisk språk som man kan snakke om kunsten i. Ved hjelp av dette språket kan man trenge inn i detaljer ved kunstverket som man kanskje ellers ikke ville ha blitt oppmerksom på. I en skolesammenheng mener jeg at en slik innfallsvinkel vil være verdifull både for matematikkfaget og for faget kunst og håndverk. Eksempler på dette er vist i (Rønning, 2003). Slike koblinger er også understreket gjennom at læreplanen fremholder det å regne som en grunnleggende ferdighet som skal komme inn i alle skolefag. Det å

regne tolkes ulikt i ulike fag, og i faget kunst og håndverk omfatter det å regne mye mer enn tallbehandling (Rønning, 2009).

I denne artikkelen vil jeg se nærmere på begrepet *symmetri* og spesielt studere symmetrier i mønstre fra islamsk kultur. Symmetri, og begreper knyttet til dette (speiling, rotasjon, parallellforskyvning), er sterkt vektlagt i gjeldende læreplan der det for eksempel er formulert at elevene allerede etter fjerde skoleår skal kunne gjenkjenne og bruke speilsymmetri og parallellforskyvning i konkrete situasjoner (Utdanningsdirektoratet, 2006).

Islamske dekorasjoner

Islamske byggverk er ofte rikt dekorert med mønstre som dekker store flater. I disse mønstrene finner man ofte inskripsjoner fra Koranen, men også geometriske figurer spiller en viktig rolle. Man oppdager fort at det er enkelte grunnleggende figurer som går igjen svært ofte, med ulike variasjoner. En figur som forekommer ofte er laget på grunnlag av to kvadrater innskrevet i en sirkel, der det ene kvadratet er dreid 45 grader i forhold til det andre (figur 1). Denne figuren kalles *Khatem Sulemani*, som betyr *Salomons segl*. Ved å sette fire slike figurer sammen, som vist i figur 2, dannes det et korsformet område mellom dem, og elementet i figur 2 kan brukes som byggstein for et flate-dekkende mønster.

Frode Rønning

Høgskolen i Sør-Trøndelag
frode.rønning@hist.no