

## Connie Nielsen og Elisabeth Tang

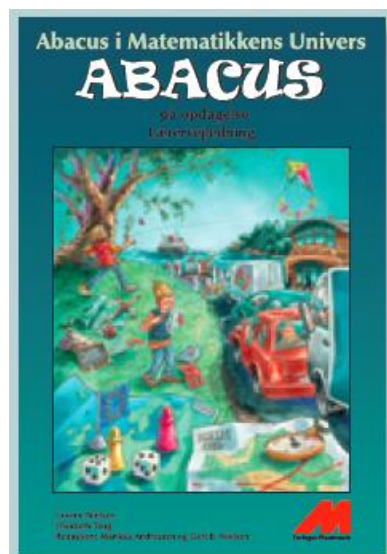
Fra

ABACUS i Matematikkens Univers

ABACUS midt i matematikken

Lærervejledning

**Forlaget Matematik 2018**



### **Planlægning og evaluering**

I ABACUS er der lagt vægt på en målstyret undervisning, hvor læreren kan planlægge sin undervisning, så den tilgodeser den enkelte elevs læringsmål. Derfor foregår der henover året en evaluering af den enkelte elevs udvikling af vidensmål og færdighedsmål.

Fra maj 2018 er videns- og færdighedsmålene blevet vejledende. De er dog stadig gode redskaber i planlægningen og evalueringen.

Den undersøgende arbejds måde er gennemgående. Gennem arbejdet med undersøgelserne udnytter eleverne deres opnåede kompetencer, og her bliver det hurtigt tydeligt, i hvilken grad eleven behersker den matematik og de arbejds måder, de sætter i spil. Opfølgningen af undersøgelserne udgør dermed en vigtig del af evalueringen.

Med den dialogbaserede undervisning, hvor eleven redegør for sin tankegang, bidrager samtalerne til evaluering af elevens udvikling. Når eleverne skriver, fortæller, producerer små film og lignende, er det muligt for både eleverne og læreren at få viden om og indsigt i elevens faglige udvikling. På baggrund af dette kan elev og lærer i fællesskab sætte nye læringsmål.

Evalueringen foregår således på flere måder. Desuden er der brug for, at der både foregår feed-back og feed-forward.

Der er ikke testmaterialer i bøgerne, men der er både lukkede og åbne opgaver. Gennem arbejdet med disse viser eleverne, om de behersker de mere færdighedsprægede stofområder.

## Matematiske kompetencer

Systemet ABACUS tager udgangspunkt i de seks matematiske kompetencer, der er tænkt ind i temaerne.

# Matematiske kompetencer

Kompetenceområdet matematiske kompetencer omfatter seks færdigheds- og vidensområder:

**Problembehandling** vedrører løsning og opstilling af matematiske problemer, dvs. matematiske spørgsmål, der ikke kan besvares udelukkende med rutinemetoder.

**Modellering** vedrører dels processer, hvor matematik anvendes til behandling af situationer og problemstillinger uden for matematikken, dels analyse og vurdering af matematiske modeller, som beskriver forhold i virkeligheden.

**Ræsonnement og tankegang** vedrører matematisk argumentation og karakteristika ved matematisk tankegang.

**Repræsentation og symbolbehandling** vedrører anvendelse og forståelse af repræsentationer i matematik, herunder matematisk symbolsprog.

**Kommunikation** vedrører det at udtrykke sig med og om matematik og at sætte sig ind i og fortolke andres udtryk med og om matematik.

**Hjælpe midler** vedrører kendskab til samt anvendelse og valg af relevante hjælpemidler i matematik.

Fra Læseplanen, UVM 2018

## Kommunikation

Vi lægger stor vægt på kommunikationen i matematikundervisningen. Vi mener derfor, at det er en fordel, at eleverne som udgangspunkt altid samarbejder om opgaveløsningen til aktiviteterne. På den måde bliver det nødvendigt for alle elever at tale om matematikken. Man kan vælge at variere sammensætningen af eleverne. Nogle gange vil det være mest hensigtsmæssigt, at to lige dygtige elever samarbejder, for eksempel i spil, og i andre situationer kan andre sammensætninger af grupperne være hensigtsmæssige.

Ved at lade eleverne præsentere deres løsninger og produkter ved hjælp af apps og computere kan man også styrke kommunikationen. Eleverne skal formulere sig skriftligt om matematik og om opgaveløsningen. Derudover kan eleverne styrke deres kommunikation ved at fremstille opgaver og spørgsmål til hinanden.

Der er evidens for, at elever, der er trænet i mundtlig kommunikation, også formulerer sig bedre og mere præcist skriftligt. Dertil kommer, at netop denne kompetence er et opmærksomhedspunkt i fælles mål.

### Opmærksomhedspunkt

Eleven kan uddrage relevante oplysninger i enkle matematikholdige tekster

## Arbejdsmåder

Når vi taler om matematiske arbejdsmåder, er der både tale om undervisningens indhold og elevernes arbejdsform. Vi har lagt vægt på, at læreren får inspiration til at variere de matematiske arbejdsmåder. Eleverne skal både have mulighed for at deltage i udvikling af metoder og arbejde eksperimenterende og undersøgende.

Vi lægger som hovedregel op til, at opgaver og problemstillinger løses i samarbejde med andre, da dialogen er et vigtigt arbejdsredskab. Gennem dialogen får eleverne mulighed for at ræsonnere, og dialogen fremmer desuden elevernes læring, da de ved at samtale sætter ord på deres viden. Der kan arbejdes med spørgsmål som:

”Hvad nu hvis...?”

”Hvordan går det, hvis ...?”

”Hvad tror du der sker, hvis ...?”

”Mon det er sådan, fordi ...?”

En metode, som med fordel kan anvendes er peer tutoring. Metoden forudsætter, at grupperne er dannet, så eleverne ikke nødvendigvis er på samme niveau, men det er en fordel at begge parter oplæres til begge roller i peer learning.

Erfaringer viser, at undervisningen giver det bedste resultat, når det er eleverne, der er de aktive, og når de selv får lov til at formulere sig i, med og om matematik. Men der er også behov for, at elever kan arbejde individuelt i nogle situationer. Individuelt arbejde med opgaveløsning kan for eksempel være at øve sig i noget, man har lært sammen med andre, og som bliver automatiseret ved en yderligere fordybelse.

## Spil

Hverdagserfaringer og de erfaringer, eleverne får i skolen, er fortsat udgangspunktet for undervisningen. Eleverne bygger med lærerens støtte videre på deres forskellige matematikrelevante erfaringer, bl.a. ved at engagere sig i undersøgelser, opgaver og spil, hvor der arbejdes både mundtligt og skriftligt.

Det er lærerens opgave at planlægge og gennemføre en undervisning, der sigter på, at de enkelte elever gradvist udvikler deres intuitive matematikforståelse til matematisk begrebsdannelse. I de enkelte undervisningsforløb skal der indgå færdigheds- og vidensområder fra både de matematiske kompetencer og fra et eller flere af de tre stofområder.

Citat fra læseplanen, UVM 2018

Spil kan deles op i tre kategorier

- Strategispil som Skak, Hungry Higgs, NIM, 31, Backgammon er spil, eleverne måske kender fra deres dagligdag og ikke nødvendigvis forbinder med matematik.
- Spil, der træner regnestrategier, for eksempel Positionsusspil, PositionsYatzy, Bygge lejligheder, Fire på stribe med multiplikation, Areal og omkreds, Hovedregningspil og Lommeregnerspil. Disse spil er eleverne blevet introduceret til i matematiktimerne.
- Andre spil. De fleste spil træner logisk tankegang, samarbejde og vedholdenhed. Dertil kommer, at der ofte er behov for at beherske et intuitivt chancebegreb, der i løbet af skoletiden understøttes af en øget forståelse for den statistiske sandsynlighed.

Mange af de spil, som eleverne kender fra deres hverdag, træner færdigheder inden for de matematiske stofområder og kompetencer. Læringen ved disse spil højnes ofte ved, at der spilles på små hold, så eleverne nødsages til at forklare deres handling og strategi. Intuitive antagelser bliver derved til bevidsthed og forståelse.

Der kan også under aktiviteter være eksempler på enkle spil, der anvender terninger eller spillekort til træning af konkrete færdigheder. Spil fra tidligere års lærervejledning kan stadig være yderst relevante. De skal måske ændres i sværhedsgrad, ved at der stilles andre krav til talområde eller kompleksitet. Et godt eksempel herpå er det enkle spil Krig, som kan udvides til at omhandle flere og sværere regningsarter for eksempel multiplikation og brøker. Et sådant spil kan nemt erstatte de traditionelle øvesider med for eksempel multiplikationstræning.

### Hungry Higgs

Hungry Higgs er et brætspil. Spillet giver eleverne mulighed for at arbejde med både chance, kombinatorik og beregninger. Spillet er både et tilfældighedsspil og et strategispil. Spillepladen er speciel, idet den er udformet som en vippeplade, hvor spillerne arbejder med vægtstangsprincippet.

Forlaget Matematik har udgivet et undervisningsmateriale til dette spil. Hæftet giver gode muligheder for både at arbejde med strategi og chancebegrebet. Arbejdet afsluttes med en aktivitet, hvor eleverne udformer deres egne spilleplader og vejledninger. Det stiller krav til elevernes kreativitet og deres viden om spils opbygning i forhold til strategi og vinderchancer.

### Udematematik

Mange aktiviteter kan foregå uden for klasselokalet, i en hal eller på udearealer. På den måde kommer alle elever i aktion, og de får sig bevæget. Vi bruger stadig nærområdet rigtig meget, så eleverne hele tiden bliver mindet om, hvor matematikken indgår i virkeligheden. Det er en god ide at indlede temaerne med en tur til et relevant sted.

### Bevægelse

Bevægelsen i undervisningen er med til at styrke elevernes læring og kan inddrages i undervisningen på forskellige måder. Bevægelse kan være en støtte til at opnå matematisk forståelse. Når eleverne finder eksempler på flytninger på kloakdæksler eller måler på containere for at tegne skitser, bruger de sanserne i virkelige situationer, der øger forståelsen af matematiske begreber. Når de lægger Tangrambrikker i stort format på græsplænen eller placerer punkter i et koordinatsystem i skolegården, husker de det bedre, fordi

de samtidig er i bevægelse. Endelig er der også den form for bevægelse, der mere har karakter af pausegymnastik, hvor det handler om at få pulsen op et øjeblik, så eleverne kan koncentrere sig igen. Skolereformen dikterer bevægelse, men ikke en bestemt form for bevægelse. De fleste af de aktiviteter, vi har beskrevet, hører til de to første slags, men der er flere muligheder for at inddrage matematik i den tredje slags bevægelse.

### **Faglig fordybelse**

I Lærervejledningen er der forskellige oplæg til projektopgaver. Problemstillingerne lægger op til gruppearbejde om et afgrænset område, hvor eleverne kan fordybe sig og selv planlægge arbejdet. Eleverne kan fremlægge resultaterne af deres arbejde for andre. Det vil være en støtte til eleverne ved fremlæggelsen, hvis de har anvendt computer eller tablet undervejs i projektet og efterfølgende har fremstillet en digital præsentation. Nogle elever vil have glæde af at kunne fremstille plancher eller lignende til fremlæggelsen.

Når eleverne skal præsentere en opgave for resten af klassen, bliver de trænet i at kommunikere med, i og om matematik, og på den måde øver de sig i at formidle deres viden om matematik. Dette betyder samtidig, at en lille præsentation fra eleverne kan være et nyttigt evalueringsredskab for læreren. Her kan den stille elev også komme på banen.

### **Faglig læsning og skrivning**

I ABACUS midt i matematikken fortsætter arbejdet med at styrke elevernes læsning af faglige tekster. Vi har i år lagt vægt på at anvende autentiske tekster, hvor dette var muligt. Eleverne kan animeres til selv at finde tekster, der har deres interesse og rummer en undring eller en undersøgelse. De undrer sig måske over en påstand i en avisartikel, eller de vil undersøge, om det virkelig kan passe, at 12-årige børn sover for lidt. Derudover er der fortsat fokus på faglig skrivning. Eleverne lærer at "læse" tal, billeder, tegninger, tabeller og diagrammer, som er nødvendige for at forstå de faglige områder, de bliver præsenteret for. De bliver udfordret med faglig skrivning, hvor de, udover at beskrive deres resultater i tabeller og diagrammer, også skal skrive matematiske forklaringer til aktiviteter og forklare deres ræsonnementer, algoritmer og problemløsninger.

For at styrke den faglige læsning og skrivning kan læreren med fordel benytte en dialogisk undervisning, når klassen eller en gruppe elever arbejder med materialet.

### **Eventyrlig matematik**

Eventyrlig matematik er en serie bøger, som udfordrer eleverne i indholdslæsning. I sammenhæng med tekstlæsningen er der matematikopgaver, som de skal løse. Bøgerne kan læses og løses af eleverne enkeltvis eller i små grupper. Fordelen ved at lade eleverne arbejde med bøgerne i små grupper er, at de udfordres i den mundtlige matematik, hvilket har stor indflydelse på udviklingen af deres mundtlige kompetencer. Disse bøger er også meget velegnede at bruge til differentiering af undervisningen. I temavejledningerne er der ofte henvisninger til de enkelte titler i serien.

### **Ord, begreber, formler og regler**

Det er vigtigt, at eleverne hele tiden bliver mindet om, at de skal anvende de korrekte ord og begreber. Der vil løbende blive introduceret nye ord, begreber, formler og regler. Når eleverne møder disse kan klassen vælge at arbejde med dem på forskellige måder. Klassen kan have en ordvæg, hvor de nye ord bliver placeret, eventuelt med en forklaring eller en tegning.

### Logbog - "Min egen formelsamling"

Det kan være hensigtsmæssigt, at eleverne har fremstillet deres egen logbog, som følger dem på hele mellemtrinnet. Når eleverne selv noterer matematiske fagord og begreber og deres betydning samt forskellige regler, kan de som regel også lettere huske dem og bruge dem efterfølgende. Det kan være relevant at starte med faktaboksene, men der vil også være andre ord, begreber, regler eller formler som eleverne vil have glæde af at have med. Logbogen kan enten være en analog eller en digital udgave.

### Strategier og tænkning

Opgaverne i Elevbogen repræsenterer problemstillinger, som kan løses ved hjælp af lommeregner, regneark eller notater i et hæfte. Det udfordrer elevens tankegangskompetence og giver mulighed for samtale med andre om de strategier, eleven vælger.

Det er stadig vigtigt, at eleverne kommer bag om processerne og får forståelse, inden færdigheder automatiseres. Ved en division er det således vigtigt, at eleverne kan relatere opgaven til en måling eller en deling, før de anvender en bestemt algoritme

Eleverne bliver i materialet præsenteret for algoritmer gennem forskellige aktiviteter. Det er for eksempel tilfældet, når de afprøver tre forskellige metoder til at udføre en drejning. I flere andre aktiviteter lærer eleverne, at en bestemt struktur fører til en løsning for eksempel ved reduktion af et algebraisk udtryk.

Der skal lægges vægt på, at eleverne udvikler regnestrategier ud fra deres egne forståelser for de processer, de sætter i værk. Når eleverne fortæller, hvordan de regner eller tænker, bliver det synligt, at de ofte anvender egne strategier og egne algoritmer. Læreren bør være meget bevidst om, at eleverne udvikler strategier, fordi forståelsen grundlæggende ligger i dette arbejde. Det er vigtigt, at matematik ikke alene fremstår som et færdighedsfag, hvor eleverne udelukkende forsøger at komme frem til korrekte resultater.

Det har været vigtigt for os at lade eleverne selv vælge regningsart og metode i de mange hverdagsagtige situationer, de stilles overfor. I arbejdet med matematiske emner bliver spørgsmålet: "Hvad har du gjort?" fulgt op af de meget væsentlige spørgsmål: "Hvordan har du tænkt?" og "Hvorfor har du valgt den måde?"

De fleste – både børn og voksne – har flere forskellige algoritmer i værktøjskassen. Det er målet, at eleverne fastholdes i, at de kan forklare algoritmen, så det ikke bliver til udenadslære uden forståelse.

Det er hensigtsmæssigt at involvere forældrene i denne målsætning, så de ikke forventer, at eleverne undervises og øves i de standardalgoritmer, som forældrene kender fra deres egen skoletid.

#### Opmærksomhedspunkt

Eleven kan gennemføre regneprocesser inden for alle fire regningsarter med inddragelse af overslag og lommeregner.

#### Opmærksomhedspunkt

Eleven kan vælge hensigtsmæssig regningsart til løsning af enkle hverdagsproblemer og opstille et simpelt regneudtryk.

## Analoge og digitale hjælpemidler

I materialet er der vist ikoner for lommeregner, regneark, geometriprogram og hæfte, ligesom der på mange sider er vist opgaver med konkrete materialer. Disse hjælpemidler er valgt, fordi de er hensigtsmæssige til arbejdet med læringsmålet for den enkelte aktivitet.

Veje til løsning af opgaverne er dog forskellige. Det er tanken, at læreren og eleven i fællesskab vælger hjælpemidler til den enkelte aktivitet, så problemløsningen bliver så konkret som mulig. Samtidig med dette skal læreren være bevidst om, at eleverne skal bevæge sig fra konkrete løsninger til mere abstrakte i takt med elevernes udvikling.

### Regneark

I materialet er der beskrevet en hel del opgaver, hvor eleverne med fordel kan anvende regneark. Det er hensigten, at eleverne opnår en forståelse for, at regnearket er et nyttigt redskab, når de skal behandle større talmaterialer. I nogle af aktiviteterne er der som hjælp til eleverne skitseret et forslag til regneark. I hele arbejdet med stokastik vil det være oplagt at anvende regneark og tilhørende diagrammer. Det er her vigtigt, at eleverne også arbejder med relevante deskriptorer for på den måde at kunne drage forskellige enkle konklusioner ud fra diagrammerne.

### Dynamiske geometriprogrammer

Dynamiske geometriprogrammer bør være en naturlig del af undervisningen, og det er hensigtsmæssigt, at de inddrages i opgaveløsningen, hvor det er relevant, og hvor eleverne kan drage fordel af at bruge hjælpemidlet. I starten kan der stilles krav om små enkle tegninger, men nogle elever vil hurtigt kunne arbejde med lidt sværere opgaver, så der er således rig mulighed for at differentiere her. Der er også god mulighed for at inddrage fotos af forskellig art og bearbejde disse.

### CAS-programmer

CAS-programmer (Computer Algebra System-programmer) giver eleverne mulighed for at løse opgaver og skrive tekster, ligesom de nemt kan foretage undersøgelser af, hvad der sker, hvis tallene ændres undervejs. I modsætning til regneark er CAS-programmerne velegnede til at arbejde med algebraiske udtryk. Der findes mange forskellige programmer på markedet.

### Præsentationsprogrammer

Det er vigtigt, at eleverne lærer at præsentere deres opgaveløsninger på forskellige måder. Her kan nogle af præsentationsprogrammerne være en god hjælp. Det kan både være programmer på computeren og forskellige apps på en tablet.

### Mobiltelefoner

Der vil være mange elever, der har en mobiltelefon med i skole. Dette kan udnyttes på forskellige måder. Det er meget oplagt at lade eleverne bruge telefoner til dokumentation med enten fotos eller lydoptagelser, eller de kan lave små mobilfilm som afslutning på en aktivitet.

## Planlægningsværktøj

Denne planlægningsmodel er beskrevet i Fælles Mål fra 2015. Det er en funktionel model, der giver god plads til differentiering af målene, så det enkelte barn udfordres mest muligt. Herunder er vist et eksempel på en planlægningsmodel til temaet Tivoli. Målene er hentet fra Statistik og sandsynlighed og Geometri og måling med fokus på Modelleringskompetencen.

		Problembehandling	Modellering	Ræsonnement og tankegang	Repræsentation og symbolbehandling	Kommunikation	Hjælpe-middel
Matematiske stofområder							
Matematiske kompetencer							
Tal og algebra		Eleven kan anvende enkle matematiske modeller Eleven har viden om enkle matematiske modeller Eleven kan undersøge chancestørrelse ved simulering af chanceeksperimenter					
Geometri og måling		Eleven har viden om metoder til simulering af chanceeksperimenter med digitale værktøjer Eleven kan beskrive sandsynlighed ved brug af frekvens Eleven har viden om sammenhænge mellem frekvens og sandsynlighed					
Statistik og sandsynlighed		Eleven kan fremstille mønstre med spejlinger, parallelforskydninger og drejninger Eleven har viden om metoder til at fremstille mønstre med spejlinger, parallelforskydninger og drejninger, herunder med digitale værktøjer					

## Konkrete materialer

Konkrete materialer er stadig meget nødvendige i matematikundervisningen på mellemtrinnet. Ofte anvender vi dagligdags materialer, som eleverne genkender hjemmefra, men også materialer som terninger, målebånd, stopure og centicubes anvendes jævnligt, og de bør derfor have en fast plads i klassen. Der er til hvert tema en liste med de konkrete materialer, der skal anvendes.